Tema A3a Modelos analíticos

Modelo analítico para predicción del enderezado de barras circulares con comportamiento elasto-plástico y recuperación elástica

Luciano Vela Martínez[a], José María Macías Torres[b]

[a]CIATEQ, A. C., Circuito Aguascalientes Nte. 135,Parque Industrial del Valle de Aguascalientes, 20355 Aguascalientes, Ags. México
[b]MOTO DIESEL MEXICANA, S. A. DE C.V. Carr. Aguascalientes – Zacatecas km. 8.5, 20900 Jesús María, Ags. México
[*]Autor contacto.Dirección de correo electrónico: vela@ciateq.mx

RESUMEN
El enderezado es un proceso de manufactura importante para mantener estándares de calidad en la industria manufacturera de elementos estructurales esbeltos. Debido a que las deformaciones dependen de los procesos de manufactura, los materiales y condiciones de operación, es importante contar con modelos matemáticos predictivos para mejorar las condiciones de enderezado de cada caso particular. En este trabajo se presenta un modelo matemático, derivado de la teoría de vigas de Timoshenko, que predice las condiciones de desplazamiento y carga para enderezar una barra de sección circular, en función de la geometría básica del elemento estructural, las propiedades mecánicas, elastoplásticas y el fenómeno de recuperación elástica del material. El modelo analítico se validó numérica y experimentalmente, mediante un análisis de elemento finito de tipo transitorio, y un banco de pruebas, respectivamente. Los resultados obtenidos presentaron una variación menor a 10%, por lo que se continuará con su calibración final para la implantación en un proceso industrial.

Palabras clave: enderezado, flexión, esbelto, elastoplástico, recuperación elástica

ABSTRACT
Straightening is an important manufacturing process to accomplish quality standards in the manufacturing of slender structural elements. Because strain variations depend on manufacturing processes, materials and operation conditions, it is important to have predictive mathematical models to improve conditions straightening for each particular case. In this work, a based Timoshenko´s beams theory mathematical model to predict the stroke and load conditions to straighten a slender circular bar is presented; mechanical, elastoplastic properties and springback phenomenon of the material, as well as the basic geometry of the structural element, are considered. Analytical model was numerically and experimentally validated, by a transient structural finite element analysis, and an instrumented test bench, respectively. Results were in good agreement, with a variation within 5%; thus, final calibration and implementation in an industrial process will be performed.

Keywords: straightening, bending, slender, elastoplastic, springback

 Derechos Reservados © 2015, SOMIM

Tema A3a Modelos analíticos

Modelo analítico para predicción del enderezado de barras circulares con comportamiento elasto-plástico y recuperación elástica

RESUMEN
El enderezado es un proceso de manufactura importante para mantener estándares de calidad en la industria manufacturera de elementos estructurales esbeltos. Debido a que las deformaciones dependen de los procesos de manufactura, los materiales y condiciones de operación, es importante contar con modelos matemáticos predictivos para mejorar las condiciones de enderezado de cada caso particular. En este trabajo se presenta un modelo matemático, derivado de la teoría de vigas de Timoshenko, que predice las condiciones de desplazamiento y carga para enderezar una barra de sección circular, en función de la geometría básica del elemento estructural, las propiedades mecánicas, elastoplásticas y el fenómeno de recuperación elástica del material. El modelo analítico se validó numérica y experimentalmente, mediante un análisis de elemento finito de tipo transitorio, y un banco de pruebas, respectivamente. Los resultados obtenidos presentaron una variación menor a 10%, por lo que se continuará con su calibración final para la implantación en un proceso industrial.

Palabras clave: enderezado, flexión, esbelto, elastoplástico, recuperación elástica

ABSTRACT
Straightening is an important manufacturing process to accomplish quality standards in the manufacturing of slender structural elements. Because strain variations depend on manufacturing processes, materials and operation conditions, it is important to have predictive mathematical models to improve conditions straightening for each particular case. In this work, a based Timoshenko´s beams theory mathematical model to predict the stroke and load conditions to straighten a slender circular bar is presented; mechanical, elastoplastic properties and springback phenomenon of the material, as well as the basic geometry of the structural element, are considered. Analytical model was numerically and experimentally validated, by a transient structural finite element analysis, and an instrumented test bench, respectively. Results were in good agreement, with a variation within 5%; thus, final calibration and implementation in an industrial process will be performed.

Keywords: straightening, bending, slender, elastoplastic, springback

Nomenclatura

A: Área de sección transversal
c: Distancia del eje neutro a la fibra externa de sección transversal
δ: Flecha del punto central de una viga curva
δ_T: Carrera total de enderezado
δ_{el}: Componente elástica de la carrera total de enderezado
δ_{pl}: Componente plástica de la carrera total de enderezado
δ_{re}: Componente de recuperación elástica de la carrera total de enderezado
δ_{max}: Carrera máxima de enderezado
$\Delta\theta$: Variación angular por flexión de una viga curva
D: Diámetro de sección circular
E: Módulo de elasticidad del material
e: Distancia entre eje neutro y eje centroidal, en una viga curva
$\boldsymbol{\varepsilon}$: Deformación relativa
$\boldsymbol{\varepsilon}_y$: Deformación en el punto de cedencia
$\boldsymbol{\varepsilon}_{pl}$: Deformación plástica
F: Fuerza normal
h, k: Coordenadas del centro de un círculo
I: Momento de inercia de la sección de área transversal
L: Longitud de barra o viga
M: Momento flexionante
M_y: Momento en el punto de cedencia
M_p: Momento de deformación plástica
M(x): Momento flexionante
P: Carga transversal
R: Radio de viga curva, de sección o segmento circular
R': Radio de viga curva después de la flexión
r: Radio de un círculo

 Derechos Reservados © 2015, SOMIM

r_n: Radio al eje neutro
r_c: Radio del eje controidal
s: Longitud de arco circular
ρ: Curvatura
σ: Esfuerzo normal
σ_y: Esfuerzo de cedencia
σ_{pl}: Esfuerzo plástico
θ: Ángulo
θ': Ángulo de viga curva después de la flexión
ν: Relación de Poisson
x: Variable que representa la longitud de una barra o viga
y(x): Deflexión transversal
ŷ: Distancia del centro del eje al centroide de una sección
z: Variable auxiliar para cálculo del radio de una sección circular

1. Introducción

El enderezado de elementos estructurales esbeltos es un proceso común en la industria automotriz y metal mecánica, principalmente. Los elementos esbeltos, como árboles de levas, cigüeñales, flechas de transmisión, husillos, brocas, cremalleras, entre otros, tienden a flexionarse ya sea por un manejo deficiente, esfuerzos residuales por procesos de formado, condiciones de operación o tratamientos térmicos [1]. Aunque es un proceso complementario, el enderezado de flechas es un proceso económico y rápido que permite acercar la geometría a las especificaciones de rectitud de elementos estructurales esbeltos. En función de la aplicación y la precisión requerida, el ajuste a las especificaciones de diseño se realizan con proceso de maquinado o rectificado.

Existen varios procesos de enderezado en la industria, en algunos casos se aplica una fuente de calor localizada en el área de mayor deformación para liberar esfuerzos residuales; aunque en la mayoría de los procesos industriales se utilizan prensas para aplicar una fuerza puntual en la zona de mayor flexión. La tecnología de enderezado ha evolucionado desde prensas mecánicas de acción manual, a prensas hidráulicas y prensas eléctricas actuados por servomotor con control de fuerza y posición [1 – 3].

El proceso general de enderezado consiste en medir la deformación del elemento estructural, generalmente en tres puntos estratégicamente distribuidos a lo largo de la estructura; una vez que se determina la configuración deformada, se determina la carrera y la fuerza necesaria para restablecer la rectitud del elemento estructural; una vez realizado el proceso de carga/descarga, se vuelve a medir el elemento estructural para confirmar la configuración geométrica final. Algunos fabricantes, como [2, 3], cuentan con algoritmos optimizados en los que definen tres puntos de aplicación de carga, para minimizar el esfuerzo de restauración aplicado en un solo punto, además de que esta técnica permite evitar la creación y propagación de micro grietas al interior del elemento estructural.

Puesto que en el proceso de enderezado se requiere provocar una deformación permanente en el elemento estructural, es necesario tomar en cuenta las propiedades elásticas y plásticas del material, así como la recuperación elástica, para predecir la fuerza necesaria para restaurar la rectitud del elemento estructural. En la Fig. 1 se muestra que si un elemento estructural se carga de forma tal que sobrepasa su zona elástica, aunque durante el proceso de carga alcance un nivel de deformación, al momento de retirar la carga habrá una recuperación elástica.

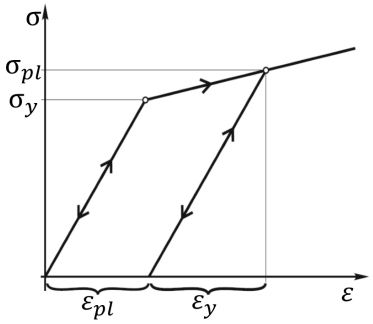


Fig. 1: Relación esfuerzo – deformación en un proceso de enderezado

El modelado analítico del proceso de enderezado se ha desarrollado para elementos estructurales esbeltos, como barras y guías lineales [4 – 5] y cigüeñales [6], así como para sistemas complejos como rotores de turbinas de vapor [7], entre otros. El método de elemento finito se ha empleado para desarrollar formulaciones de elementos finitos para grandes deformaciones plásticas [8] y rigidez variable para tomar en cuenta el endurecimiento por deformación [9]; así como para validar modelos analíticos basados en la teoría de deflexión de vigas [4] y métodos energéticos [7]. En [7], se empleó el método de elemento finito para validar el proceso termo-elástico-plástico de enderezado mediante un proceso de recocido completo por inducción; se construyó un modelo numérico con ADINA y se obtuvieron resultados similares dentro del 5%. El análisis de recuperación elástica ha atraído la atención de la comunidad académica y científica, y se han desarrollado modelos analíticos validados numérica y experimentalmente [5, 10 – 12]. Aunque el enfoque principal ha sido reducir el proceso de diseño de herramentales para el formado de elementos por flexión, los planteamientos analíticos se pueden extender a otros elementos estructurales sujetos a flexión. En [10] se presenta un planteamiento analítico para predecir la recuperación elástica de un proceso de flexión, basado en la teoría de flexión de vigas; el modelo analítico se validó experimentalmente con el uso de galgas extensométricas, y numéricamente mediante simulaciones de elemento finito, con ABAQUS. En [11] se presenta un modelo matemático para predecir la recuperación elástica en el rolado de hojas metálicas, basado en la deformación

 Derechos Reservados © 2015, SOMIM

plástica, derivada de la teoría de vigas de Timoshenko. El estudio de procesos cíclicos de flexión y enderezado, bajo la teoría de deformación elastoplástica con grandes desplazamientos [5], dio como resultado un modelo analítico muy preciso, el cual fue validado experimentalmente con una barra de aluminio AA 5050-H38 de sección rectangular, con una diferencia relativa de 1.27%.

No solo la teoría de deflexión de vigas de Timoshenko se ha usado para predecir la recuperación elástica en el proceso de flexión; en [12] se presenta el uso de redes neuronales, combinado con el método de elemento finito y análisis experimental, para predecir el fenómeno de recuperación elástica en una barra de sección T; los resultados sugieren que se debe trabajar más en la recisión del método. El modelado del proceso de enderezado también se puede emplear para diseñar los procesos de manufactura previos, como en [13], donde se lleva a cabo un diseño de experimentos para determinar las mejores condiciones de tratamientos térmicos, que permitan mejorar la precisión del proceso de enderezado. Los autores presentan un modelo analítico basado en la teoría elastoplástica, y validan sus resultados experimentalmente con varias muestras de acero SAE 52100.

La comprensión del fenómeno de enderezado en elementos estructurales permite implementar algoritmos basados en modelos matemáticos, que derivarán en una mayor precisión y un uso más eficiente de recursos energéticos en procesos de enderezado industriales, minimizando el número de iteraciones, en contraste con un proceso de enderezado basado en el ensayo y error.

En este trabajo se presenta el desarrollo de un modelo matemático, derivado de la teoría de vigas de Timoshenko, que permite predecir las condiciones de carga y desplazamiento necesarios para restablecer la rectitud de elementos estructurales esbeltos de sección circular, en función de las propiedades elastoplásticas y el fenómeno de recuperación elástica del material, así como la condición geométrica de cada elemento en particular. Este modelo matemático se validará de forma numérica y experimental para su implantación en un proceso industrial de enderezado de barras de sección circular.

2. Marco teórico

2.1 Deformación elástica

La teoría de vigas de Timoshenko es muy conveniente para el estudio de la flexión de miembros esbeltos, para tomar en cuenta la deformación por cortante y los efectos de inercia rotacional [14]. Como resultado, el comportamiento de una viga en flexión se representa por una ecuación diferencial de cuarto orden, aunque se puede derivar un modelo en ecuaciones diferenciales de segundo orden, que es usado más comúnmente. En la deducción de la ecuación diferencial de segundo orden se toman en cuenta relaciones deformación – desplazamiento para deformaciones pequeñas, la variación de la deformación cortante a través de la sección transversal por efecto de la rotación de la sección, así como el principio del trabajo virtual y la energía de deformación interna [14, 15].

Para el caso de estudio, representado en la Fig. 2, la flexión de una viga de longitud L, simplemente apoyada en ambos extremos, y sometida a una carga puntual P al centro, se puede predecir mediante la siguiente ecuación diferencial de segundo orden:

$$-EIy(x)'' = M(x) = \frac{1}{2}Px - P\left\langle x - \frac{L}{2}\right\rangle \quad (1)$$

donde $\left\langle x - \frac{L}{2}\right\rangle = 0 \; si \; x \leq \frac{L}{2}, \left\langle x - \frac{L}{2}\right\rangle = x - \frac{L}{2} \; si \; x > \frac{L}{2}$

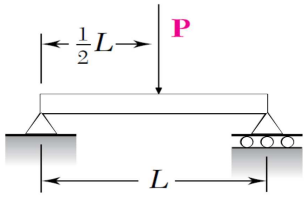


Figura 2: Modelo de viga simplemente apoyada con carga puntual al centro

Integrando dos veces la ec. (1) y haciendo las consideraciones de frontera y(0) = y(L) = 0, se tiene que:

$$y(x) = -\frac{P}{48EI}\left(4x^3 - 8\left\langle x - \frac{L}{2}\right\rangle^3 - 3L^2x\right) \quad (2)$$

La deflexión máxima, al centro de la viga, está dada por:

$$y\left(\frac{L}{2}\right) = -\frac{PL^3}{48EI} \quad (3)$$

2.2 Deformación plástica

La aplicación progresiva de una carga o un momento flexionante sobre la viga, provoca que las fibras externas se sometan a esfuerzos de tensión y compresión. Mientras el esfuerzo sea menor al esfuerzo de cedencia del material, σ_y, se dice que se trabaja en la zona elástica y la deformación $\varepsilon < \varepsilon_y$, por lo que la viga puede recuperar su forma original una vez que se retiran las cargas. En caso de que el esfuerzo alcance el esfuerzo de cedencia del material σ_y, asociado a un momento M_y, la deformación $\varepsilon > \varepsilon_y$ pero el esfuerzo permanece constante e igual a σ_y, bajo la consideración de que el material es un elastoplástico perfecto. En este estado, las fibras externas se plastifican mientras que el núcleo permanece elástico; si la carga sigue aumentando de manera que $\varepsilon >> \varepsilon_y$, el núcleo elástico desaparece y se alcanza el

 Derechos Reservados © 2015, SOMIM

momento plástico M_p debido a la carga última, y sobreviene la falla [17]. Este proceso se ilustra en la Fig. 3, en donde se muestra el comportamiento elástico Fig. 3 (a), el punto de cedencia, Fig. 3(b), la plastificación parcial Fig. 3(c) y la plastificación total Fig. 3(d).

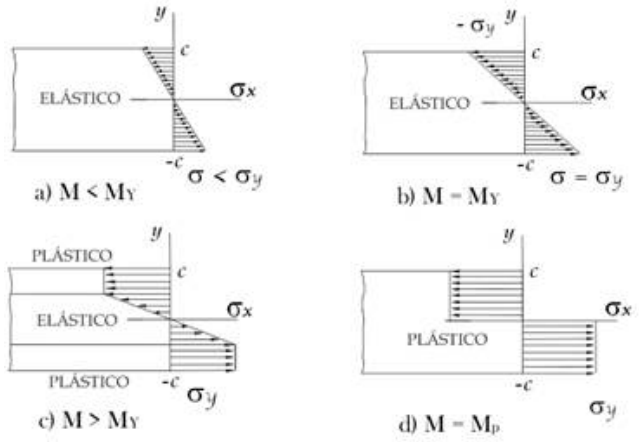


Figura 3: Comportamiento elastoplástico en una sección sometida a cargas flexionantes

Para calcular el momento plástico M_p, considere que el esfuerzo de cedencia, σ_y, presente en la sección transversal, tanto de tensión como de compresión, es generado por una fuerza F que actúa sobre la sección semi circular de la barra, tal como se muestra en la Fig. 4.

$$F = \frac{1}{2}A\sigma_y = \frac{1}{8}\pi D^2\sigma_y \tag{4}$$

donde $A = \frac{1}{4}\pi D^2$ es el área de la sección transversal circular.

Si consideramos que

$$\sigma = \frac{Mc}{I}$$

Para una sección circular de diámetro D, donde c = D/2, e I $=\pi D^4/64$,

$$\sigma = \frac{32M}{\pi D^3}$$

El momento de cedencia M_y, está dado por:

$$M_y = \frac{\pi D^3}{32}\sigma_y \tag{5}$$

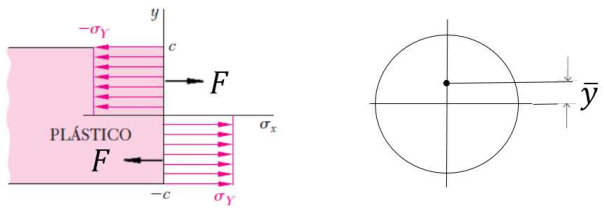


Figura 4: Análisis de equilibrio en la sección plástica

Ahora, considere que las fuerzas F provocan un momento igual a M_p, cuando actúan en el centroide de la sección semicircular, como se muestra en la Fig. 4:

$$M_p = 2F\bar{y} \tag{6}$$

donde $\bar{y} = \frac{4D}{6\pi}$ es la distancia del centroide de la sección semircular.

Considerando las ecs. (4), (5) y (6):

$$M_p = \frac{D^3}{6}\sigma_y \tag{7}$$

Entonces,

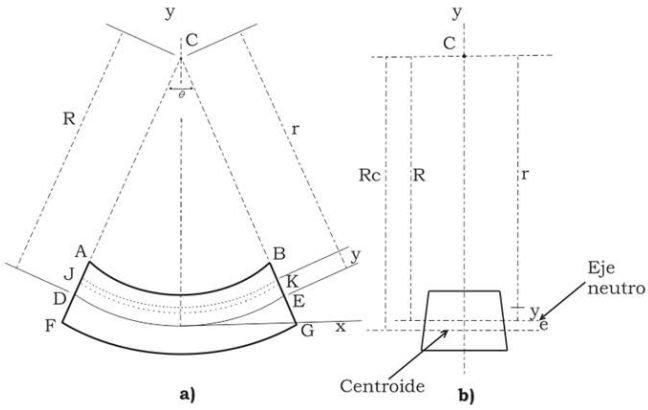
$$\frac{M_p}{M_y} = \frac{16}{3\pi} = 1.7 \tag{8}$$

La relación dada por la ec. (8) significa que el material puede soportar un momento flexionante 70% mayor al momento de cedencia, en la zona plástica, debido al endurecimiento por deformación, antes de la falla. Se puede demostrar [15] que para secciones rectangulares, la relación anterior es igual a 1.5.

2.3 Recuperación elástica

La recuperación elástica se abordará a partir del análisis geométrico de la flexión de una viga, antes y después de la carga. La curvatura de una viga sometida a flexión, está dada por:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \tag{9}$$



Derechos Reservados © 2015, SOMIM

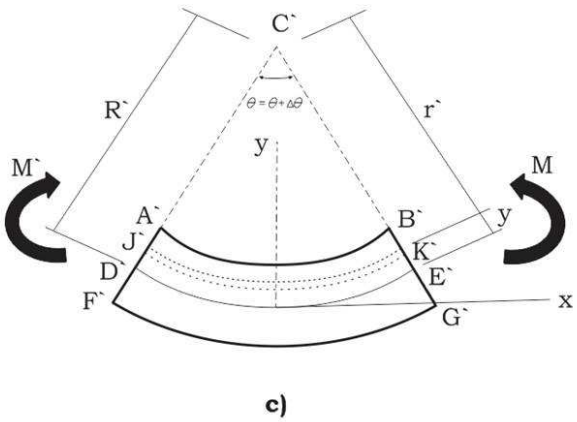


Figura 5: Geometría de la flexión en una viga.

Analizando la Fig. 5, la flexión de la viga hará que la superficie A'B' disminuya mientras que la superficie F'G' aumente; esto hace pensar que existe una superficie D'E' que permanece sin cambio, conocida como superficie neutra. La longitud de esta superficie está dada por:

$$R\theta = R'\theta' \tag{10}$$

Si $\theta' = \theta + \Delta\theta$, el cambio de curvatura de la superficie neutra causado por el momento flector *M* está dado por:

$$\frac{1}{R'} - \frac{1}{R} = \frac{M}{EAeR} \tag{11}$$

Adicionalmente,

$$\frac{R}{R'} = 1 + \frac{M}{EAe} \tag{12}$$

La ec. (12) muestra que el radio de la viga aumenta cuando ésta se libera de la carga, debido a la recuperación elástica del material.

El eje neutro no coincide con el centroide de la sección, debido a la distorsión de la misma durante la flexión, como se ilustra en la Fig. 5(b). La diferencia, $e = r_c - r_n$, está aproximada por:

$$e \approx \frac{I}{r_c A} \tag{13}$$

También se puede utilizar la siguiente expresión:

$$r_n = \frac{1}{2}\left(r_c + \sqrt{r_c^2 - c^2}\right) \tag{14}$$

Ahora, si se considera que la recuperación elástica genera un desplazamiento radial δ, en el centro de la viga curva, dado por la siguiente expresión:

$$R' - R = \delta \tag{15}$$

Entonces,

$$1 - \frac{R}{R'} = \frac{\delta}{R'} \tag{16}$$

Recordando la ec. (12)

$$\delta = R'\frac{M}{EAe} = R'\frac{PL}{4EAe} \tag{17}$$

2.4 Radio de curvatura

Bajo el supuesto de que el radio de curvatura de la viga es constante, éste se puede determinar geométricamente a partir de la Fig. 6, de la cual se puede deducir la siguiente ecuación:

$$(R - \delta)^2 + (R\sin\theta)^2 = R^2 \tag{18}$$

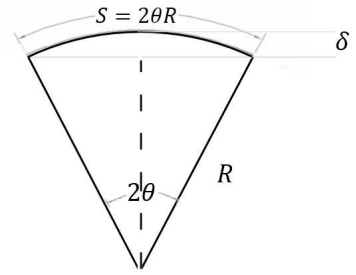


Figura 6: Geometría de una sección circular

Tomando en consideración la identidad trigonométrica $2\sin^2\theta = 1 - \cos 2\theta$ y la longitud del arco circular $s = 2R\theta$, se obtiene la siguiente ecuación no lineal, de la que se puede obtener el radio de curvatura R en términos de la longitud de la viga, s, y la deflexión máxima al centro, δ. Esta ecuación se puede resolver por iteraciones:

$$R^2\left(1 - \cos\frac{s}{R}\right) - 2\delta(2R - \delta) = 0 \tag{19}$$

También se puede aplicar el método de los tres puntos, descrito en [16]. Para esto se considera que el arco descrito por la viga curva pasa por tres puntos $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ y $P_3(x_3, y_3)$. Puesto que los tres puntos son parte de una circunferencia, como se indica en la propia figura X, estos deben satisfacer la siguiente ecuación canónica del círculo, de centro (h, k) y radio r:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2 \tag{20}$$

Sustituyendo las coordenadas de cada uno de los tres puntos en la ecuación X, se obtiene un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas, h, k y z^2:

 Derechos Reservados © 2015, SOMIM

$$\begin{aligned} 2x_1h + 2y_1k + z^2 &= x_1^2 + y_1^2 \\ 2x_2h + 2y_2k + z^2 &= x_2^2 + y_2^2 \\ 2x_3h + 2y_3k + z^2 &= x_3^2 + y_3^2 \end{aligned} \quad (21)$$

donde: $z^2 = r^2 - h^2 - k^2$

El sistema de ecuaciones simultáneas (21) se puede resolver por cualquier método conocido, para encontrar las coordenadas del centro (h, k) y el radio r.

Los resultados obtenidos con ambos métodos son muy similares. Si bien el método no lineal requiere de una condición inicial estimada en conocimiento previo, la ventaja es que los parámetros s y δ corresponden a la longitud de la viga en su configuración deformada y la deflexión máxima al centro de la misma, los cuales se pueden medir directamente. En cambio, con el método de los tres puntos, se asume que la distancia recta entre los puntos que forman la cuerda del segmento circular corresponde a la longitud de la barra, lo cual no es correcto. Sin embargo, para deflexiones pequeñas, el método es aceptable.

3. Modelado analítico para enderezado de barras circulares

3.1 Relación fuerza - desplazamiento

La flexión necesaria para enderezar una viga curva deberá ser suficiente para vencer la resistencia elástica, la resistencia plástica y la recuperación elástica, descritas anteriormente. De esta manera,

$$\delta_T = \delta_{el} + \delta_{pl} + \delta_{re} \quad (22)$$

Combinando las ecs. (3), (8) y (17), se obtiene la siguiente expresión para calcular la deformación causada por una carga puntual P al centro de la barra:

$$\delta_T = \left(\frac{16}{3\pi}\right)\frac{PL^3}{48EI} + \frac{PL}{4EAe} \quad (23)$$

Retomando la ec. (5), se establece la siguiente relación:

$$P_{max} = \frac{\pi D^3}{8L}\sigma_y \quad (24)$$

Considerando las ec. (23) y (24), la carrera máxima, en función del esfuerzo de cedencia del material, para evitar la falla sería la siguiente:

$$\delta_{max} = \left(\frac{16}{3\pi}\right)\frac{L^2}{6ED}\sigma_y + \frac{D}{8\,Ee}\sigma_y \quad (25)$$

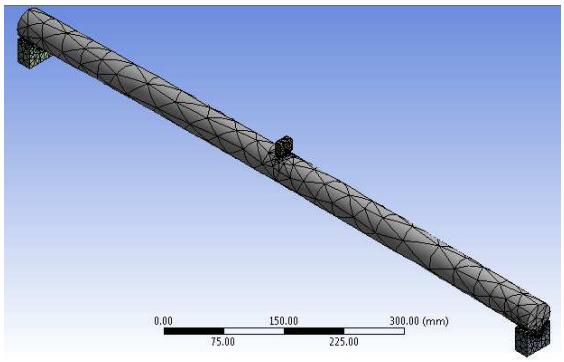
3.2 Caso de estudio

El modelo matemático desarrollado en la sección anterior se prueba con un caso de estudio. Considérese una barra de sección circular simplemente apoyada, fabricada en acero SAE 1050, con 900 mm de longitud, diámetro de 41 mm, ligeramente arqueada de forma que presenta una flecha de 5 mm al centro de la barra, como se muestra en la Fig. 7. Las propiedades mecánicas del acero SAE 1050 son: E = 200 GPa, σ_y = 580 MPa, σ_u = 690 MPa ν = 0.29.

Figura 7: Caso de estudio. Enderezado de una barra de sección circular

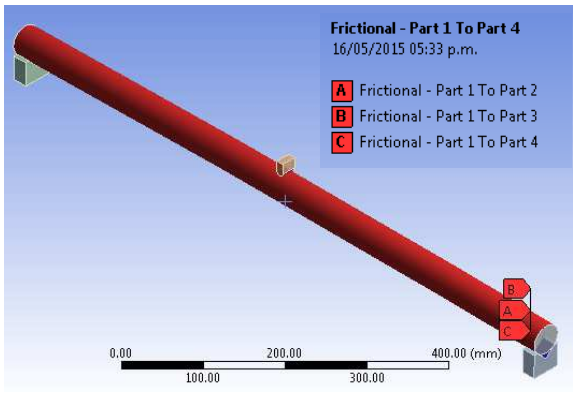
3.3 Análisis de elemento finito

Se realizó análisis estructural de tipo transitorio con predicción de recuperación elástica, utilizando el software ANSYS R14.5. En la simulación del caso de estudio descrito en la Fig. 7, se consideró una barra de sección circular apoyada en los extremos con una carga aplicada al centro, de un material con comportamiento elastoplástico SAE 1050. Se construyó una malla gruesa de elementos tetraedro, con refinamientos locales en la zona de apoyos y de aplicación de la carga; se aplicaron elementos de contacto con fricción en la zona de apoyos y aplicación de carga, y las condiciones de frontera iniciales se establecieron como soporte fijo en la aplicación de carga y desplazamientos verticales en los extremos, como se muestra en la Fig. 8. Para realizar el análisis estructural de tipo transitorio se programó un proceso de carga y descarga en 30 pasos, para simular una deflexión máxima en los extremos, de hasta 21.5 mm, seguido del proceso de descarga.

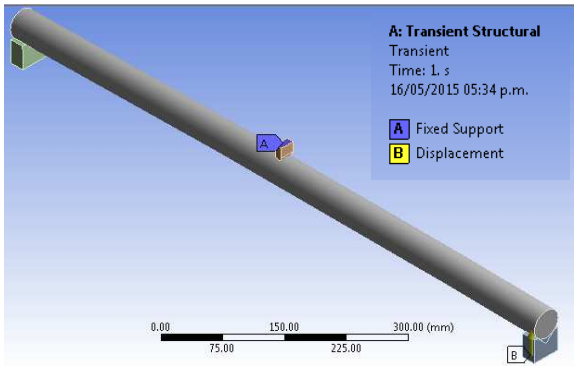


(a)

Derechos Reservados © 2015, SOMIM



(b)



(c)

Figura 8: Modelo de elemento finito de barra, a) malla, b) contactos de fricción, c) condiciones iniciales

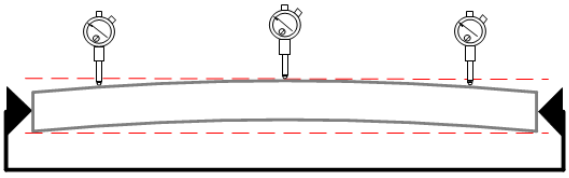
3.4 Mediciones experimentales

Se realizaron pruebas experimentales en una prensa enderezadora de accionamiento hidráulico modelo V16F AUTO RETOOL N1000 marca GALDABINI con una capacidad de 30 toneladas, para verificar la validez del modelo analítico para la predicción de la carrera de enderezado. Se tomaron diez muestras con una geometría similar a la descrita en el caso de estudio y se obtuvieron los resultados descritos en la Tabla 1.

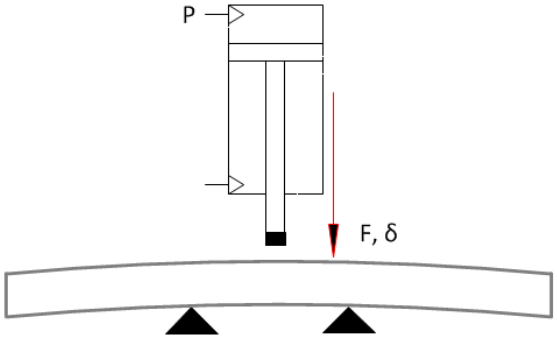
Tabla 1: Validación experimental de la carrera de enderezado

No.	s	δ_real	δ_teor	Error
1	7.725	18	18.07	0%
2	1.41	12	26.37	-120%
3	6.865	13	18.29	-41%
4	10.225	17	17.6	-4%
5	5.265	19	18.9	1%
6	1.51	11	25.76	-134%
7	4.615	17	19.3	-14%
8	14.59	18	17.19	4%
9	21.58	19	16.88	11%
10	6.275	14	18.5	-32%

La flecha s se estimó a partir de mediciones realizadas en los extremos y en el centro de la barra, sobre un banco de medición y un indicador de carátula 56.7 mm vástago 4.7 mm resolución de 5µm modelo 2124S-10 marca Mitutoyo, como se ilustra en la Fig. 9(a). A partir de este valor se calculó el radio de curvatura teórico con el modelo no lineal iterativo de la ec. (19) y con el modelo analítico lineal de los tres puntos, mediante la solución del sistema de ecuaciones simultáneas (21); en ambos casos los resultados son muy similares con errores despreciables. La deflexión real, **δ_real**, se midió durante el proceso de enderezado mediante el mismo indicador de carátula 56.7 mm vástago 4.7 mm resolución de 5µm modelo 2124S-10 marca Mitutoyo, tal como se indica en la Fig, 9(b); mientras que el valor teórico de la carrera de enderezado, **δ_teor**, se calculó con las ecs. (24) y (25).



a)



b)

Figura 9: Arreglo experimental, a) medición de la curvatura y b) medición de la carrera de enderezado

4 Análisis de resultados

El radio de curvatura de la barra descrita en la sección 3.2 se calculó con el modelo no lineal iterativo de la ec. (19) y con el modelo analítico lineal de los tres puntos, mediante la solución del sistema de ecuaciones simultáneas (21). Los resultados fueron, R = 20,249 mm y 20,252.5mm, respectivamente; una diferencia de 0.02%, la cual es bastante aceptable.

Con la ec. (25) se puede calcular la deflexión máxima teórica necesaria para enderezar la barra en estudio, la cual se compone de la deflexión elástica, la deflexión plástica y la recuperación elástica. Para este caso:

Derechos Reservados © 2015, SOMIM

δel = 9.55 mm, δpl = 6.66 mm , δre = 2.86 mm, δT = 19.08 mm

En la Fig. 10 se muestra una simulación analítica de la carga flexionante, P, el esfuerzo flexionante para el caso elastoplástico, $\sigma 1$, y el esfuerzo flexionante equivalente a la carga flexionante, $\sigma 2$, durante el proceso de enderezado con una flexión máxima de 19.09 mm.

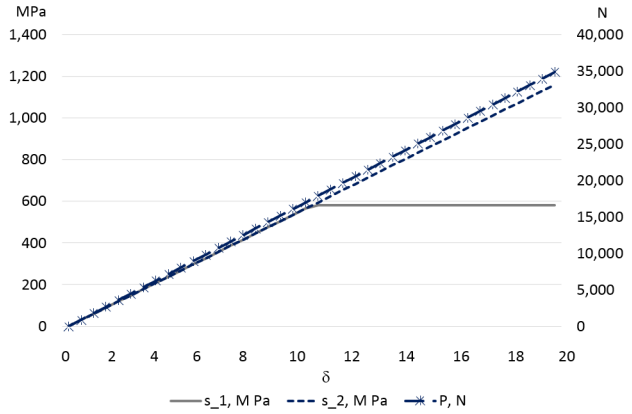
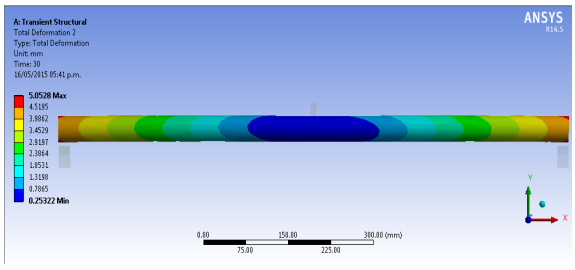


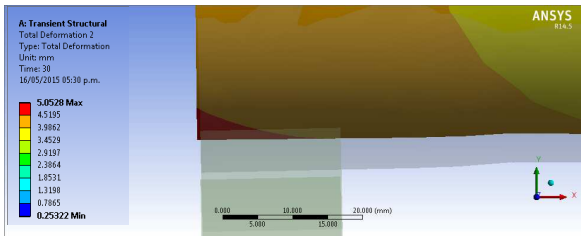
Figura 10: Resultados analíticos de carga flexionante y esfuerzos flexionantes durante el proceso de enderezado.

En la simulación numérica del análisis de elemento finito de tipo transitorio, fue necesario deformar hasta 21.5 mm para restablecer la rectitud de la barra, lo cual representa una diferencia de 12%.

En la Fig. 11(a) se muestra la configuración deformada final, en el detalle de la Fig. 11(b) se muestra que los extremos presentan un desplazamiento final de 5.05 mm, lo cual significa que rectitud de la barra quedó restablecida, ya que en el modelo inicial, había una flecha de 5 mm entre el centro de la barra y los extremos.



(a)



(b)

Figura 11: Resultados de los desplazamientos, a) Condición deformada final, b) configuración no deformada y deformada sobrepuestas.

En la Fig. (12) se muestra el estado de esfuerzos de la barra durante el proceso de enderezado. La presencia de zonas de alto esfuerzo en un punto distinto a la aplicación de la carga, en el caso de flexión, indica el proceso de plastificación, con esfuerzos por encima del punto de cedencia del material. Los esfuerzos en el punzón presentan una distribución típica de esfuerzos de contacto, o de Hertz, como se muestra en la Fig. 13.

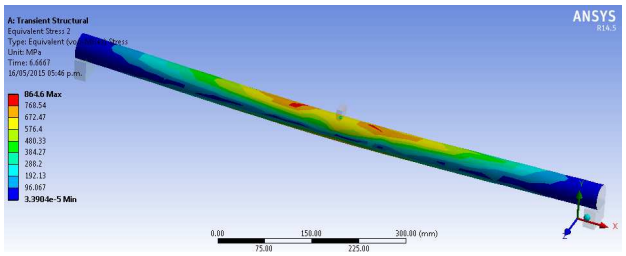


Figura 12: Estado de esfuerzos en el proceso de deformación plástica

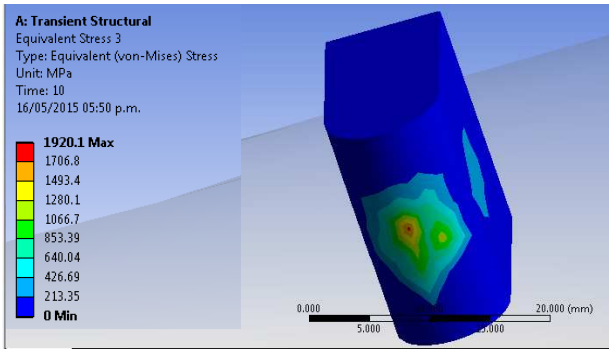


Figura 13: Estado de esfuerzos en punzón.

De la distribución de esfuerzos mostrada en la Fig. 13, tomando un esfuerzo promedio de 690 MPa, en una circunferencia aproximada de 7 mm, se puede estimar una fuerza aplicada de 26,554 N. Regresando a la Fig. 10, la carga de 26,554 N representa una deflexión aproximada de 14.5 mm y un esfuerzo equivalente de 870 MPa, el cual es muy cercano al valor máximo de 866 MPa, registrado en la Fig. 12. La deflexión de 14.5 mm es el 90% de la suma de la deflexión elástica y la deflexión plástica.

Con respecto a las mediciones experimentales, el modelo analítico para la predicción de la carrera de enderezado es muy preciso en curvaturas con flechas del orden de 5 a 20 mm; mientras que en piezas con una flecha relativamente pequeña, el error de la componente de recuperación elástica presenta la mayor desviación.

5 Conclusiones

Se desarrolló un modelo matemático, basado en la teoría de vigas de Timoshenko, que permite predecir las condiciones

Derechos Reservados © 2015, SOMIM

de desplazamiento y carga necesarias para enderezar una barra de sección circular, en el cual se toma en cuenta las propiedades mecánicas del material, la geometría básica del elemento estructural, así como el comportamiento elastoplástico y la recuperación elástica del material. El modelo analítico se validó numéricamente mediante un análisis de elemento finito de tipo transitorio, así como con resultados experimentales mediante una prensa enderezadora de accionamiento hidráulico. Los resultaron fueron consistentes, dentro de una variación de 10%. Las variaciones más significarías se presentan durante el comportamiento plástico, debido al supuesto de comportamiento plástico perfecto, así como en casos de grandes curvaturas, donde la componente de recuperación elástica presenta desviaciones considerables. En la siguiente etapa de esta investigación se modelará con mayor precisión el fenómeno de recuperación elástica y el proceso de deformación plástica, y se implementará un algoritmo de enderezado de barras circulares en un proceso industrial.

6 Agradecimientos

Los autores agradecen a la empresa MOTO DIESEL MEXICANA, S. A. DE C. V. – Planta Aguascalientes, las facilidades otorgadas para la realización de las pruebas experimentales en sus instalaciones.

7 Referencias

[1] R. Schildge, Straightening Fundamentals - Chapter 4.8, Eitel Presses. Inc. (2009)

[2] Maschinen- und Apparatebau, Automatic Straightening, www.mae-goetzen.de

[3] Galdabini, Straightening machines, Material testing machines, Hydraulic presses; http://www.galdabini.it/

[4] L. Hong, L. He, L. Juergen, Z. Xiao, G. ChangQiao, Improvement on straightness of metal bar based on straightening stroke-deflection model, Science in China Series E: Technological Sciences **52** (2009) 7.

[5] F. Kosel, T. Videnic, T. Kosel, M. Brojan, Elasto-Plastic Springback of Beams Subjected to Repeated Bending/Unbending Histories, Journal of Materials Engineering and Performance, **20** (2011) 6, DOI: 10.1007/s11665-010-9706-1

[6] Z. Hua, Z. Huayong, Z. Han, Crankshaft Online Straightening Technology Determination System Based on Weighted Evaluation Function, I.J. Image, Graphics and Signal Processing **2** (2011) 37 – 43

[7] M. Avdic, A. Arnautovic, M. Suljkanovic, A. Karic, Straightening process modelling of steam turbine rotors applying tension relaxation method, International Design Conference – Design, Dubrovnik (2002) 1129 – 1134

[8] A. Eren, An Elastic-plastic beam finite element – Thesis, Middle East Technical University (2006)

[9] E. Hashemi, B. Farshi, Finite element based elasto-plastic analysis of classical and first order beams with Armstrong Frederick kinematic hardening model, Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering **38** (2014) 1

[10] A. López-Castro, J. F. Durodola, G. Urriolagoitia-Sosa, N.A. Fellows, Measurement and prediction of springback in bending beams, Revista Mexicana de Física **51** (2005)

[11] Z. Damián-Noriega, R. Pérez-Moreno, S. A. Villanueva-Pruneda,V. M. Domínguez-Hernández, J. P. A. Puerta-Huerta, C. Huerta-Muñoz, A new equation to determine the springback in the bending process of metallic sheet, International Conference on Computational & Experimental Engineering and Sciences **8** (2008)

[12] Y. Song, Z. Yu, Springback prediction in T-section beam bending process using neural networks and finite element method, Archives of Civil and Mechanical Engineering **13** (2013) 2

[13] M. A. S. Khaing, L. Hong, Research on the Precision Straightening Stroke of SAE 52100 Steel in Different Heat Treatments, American Journal of Mechanical Engineering **2** (2014) 2, 41 – 46, DOI:10.12691/ajme-2-2-2

[14] S. Timoshenko, J. N. Goodier, *Theory of Elasticity*. New York: Mc Graw-Hill (1951)

[15] F. P. Beer, E. R. Johnston Jr., J. T. DeWolf, D. F. Mazurek, *Mecánica de Materiales* (5ta. Ed.). México: Mc Graw-Hill (2010)

[16] L. Vela, R. Rivera, J. L. Bravo, J. G. Acevedo, E. Jiménez, Medición en línea de la concentricidad de un componente industrial usando técnicas numéricas y modelado de geometrías, Ingeniería Mecánica Tecnología y Desarrollo (SOMIM) **5** (2014) 1, 247 – 253

 Derechos Reservados © 2015, SOMIM