

# OBTENCIÓN DE RELACIÓN ANALÍTICA PARA ESTIMAR EL DESEMPEÑO EN LA PRUEBA DE RESISTENCIA A LA TRACCIÓN DE EMPALMES ULTRASÓNICOS CABLE A CABLE EN ARNESES ELÉCTRICOS AUTOMOTRICES

Ing. Jesus Amezcua Villaseñor<sup>1</sup>, Mtro. Alfredo Chavez Luna<sup>2</sup>

**Resumen**—Los empalmes ultrasónicos cable a cable en un arnés automotriz permiten enviar la misma señal eléctrica a diferentes módulos, localizados en distintas ubicaciones dentro del vehículo. La prueba de resistencia a la tracción es una de las principales para evaluar el desempeño del empalme. El estudio se enfoca en determinar una relación analítica para estimar la fuerza de tracción que resistirá el empalme en base al área transversal de los cables que lo integran, para permitir a los arquitectos eléctricos comparar la fuerza de tracción que resistirá el empalme, con la fuerza mínima requerida por la normatividad vigente, proporcionando una herramienta adicional para prevenir fallas en los vehículos provocadas por empalmes fracturados desde etapas tempranas del diseño del arnés. En conjunto con la relación analítica, se obtiene una regresión que estiman la fuerza de tensión partiendo de los resultados experimentales. Ambas relaciones son evaluadas con 21 empalmes dando como resultado un error menor o igual al 10% de la fuerza obtenida experimentalmente.

**Palabras clave**—Empalme Ultrasónico, Fuerza, Tracción, Ecuación.

## Introducción

Los empalmes son la unión de 2 o más cables soldados ultrasónicamente. Un empalme fracturado puede provocar que los faros delanteros, el desempañante de vidrio trasero, el radio o la iluminación del tablero del vehículo estén inoperantes.

El objetivo es determinar una relación analítica que permita estimar la fuerza de tracción que resistirá el empalme durante su validación.

La Figura 1 muestra ejemplos de las configuraciones de empalmes ultrasónicos utilizados comúnmente en la industria automotriz.

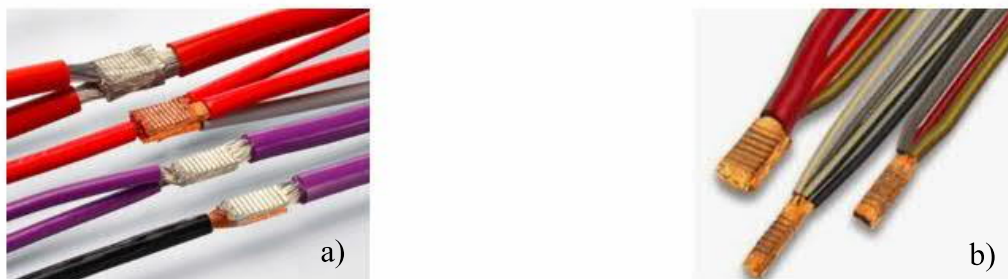


Figura 1. Configuración de empalmes a) con cables en ambos lados y b) cuando los cables están del mismo lado

La configuración que será estudiada y evaluada es del tipo mostrado en la Figura 1-a), porque la mayoría de los empalmes en el vehículo seleccionado tienen esta configuración.

El estándar USCAR 38 se utiliza para validar el empalme antes de utilizarlo en el arnés del vehículo. Las pruebas de choque térmico, ciclos de temperatura – humedad y estrés mecánico en diferentes direcciones, buscan simular una vida de exposición del vehículo en el camino [1].

La prueba de tensión se realiza sujetando 2 cables del empalme a las mordazas de la máquina universal, cuando los conductores tienen una diferencia menor o igual a un escalón de la Tabla 1, se coloca en la mordaza móvil de la máquina universal el cable con el área transversal más pequeña, como se muestra en la Figura 2 [1].

Área transversal cable (mm <sup>2</sup> )	0.35	0.50	0.75	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0	6.0	8.0
---	------	------	------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Tabla 1. Tamaños de cable definidos por ISO 6722 [2]

<sup>1</sup> Jesus Amezcua Villaseñor es estudiante de la Maestría en Manufactura Avanzada en CIATEQ A. C. Lerma de Villada, Estado de México. [amvj2014@gmail.com](mailto:amvj2014@gmail.com) (autor corresponsal).

<sup>2</sup> El Mtro. Alfredo Chavez Luna es Líder de Proyectos en CIATEQ, A.C. El Marqués, Querétaro. [alchavez@ciateq.mx](mailto:alchavez@ciateq.mx)

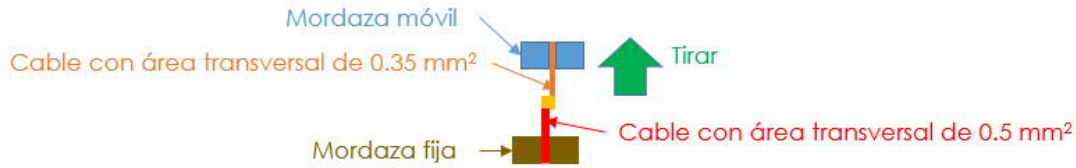


Figura 2. Ejemplo de empalme doble con cables de área transversal de 0.35 y 0.5 mm<sup>2</sup>

Cuando los conductores que componen el empalme tienen una diferencia mayor a un escalón de la Tabla 1, se coloca en la mordaza móvil el cable con el área transversal menor y con una nueva muestra, el cable con área transversal mayor, como se aprecia en la Figura 3 [1].



Figura 3. Ejemplo de empalme triple con cables de área transversal de 0.5, 1 y 2 mm<sup>2</sup>

### Descripción del Método

#### Obtención de relación analítica.

La fuerza máxima que resiste el empalme se determinó aplicando la disciplina de resistencia de los materiales considerando la resistencia mínima a la tensión del cable, el módulo de elasticidad del cobre, el ángulo y radio de curvatura y el área transversal de los cables sujetos por las mordazas de la máquina universal.

El arreglo de cables con su empalme es dividido en secciones de acuerdo al tipo de esfuerzo al que está sometido el cable sujeto por la mordaza fija, el empalme y el cable sujeto por la mordaza móvil en la prueba de tensión, esta segmentación se visualiza en la Figura 4.

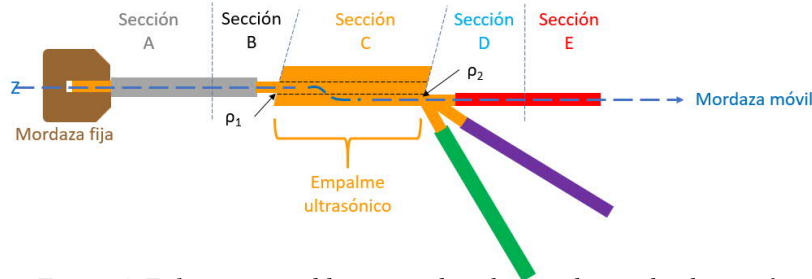


Figura 4. Esfuerzos en cables y empalme durante la prueba de tensión

En la sección A de la Figura 4 el esfuerzo es de tensión [3] y está dado por:

$$\sigma_F = \frac{F}{A} \quad (1)$$



Figura 5. Esfuerzo de tensión en la sección A

Donde:

$F$  es la fuerza de tracción

$A$  es el área transversal del cable sujeto por la tenaza fija

En la sección B de la Figura 4, el cable presenta esfuerzos de tensión por la fuerza aplicada y esfuerzos por el momento de flexión como resultado de la alineación de los cables sometidos a tensión en la máquina universal (las tenazas se encuentran concéntricas) [3]. El esfuerzo del cable es:

$$\sigma_T = \sigma_F + \sigma_M = \frac{F}{A} \pm \frac{M \cdot c}{I} \quad (2)$$

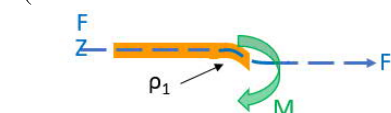


Figura 6. Esfuerzo de tensión y momento de flexión en sección B

Donde  $\pm$  representa la tensión o compresión que se produce en el cable dependiendo del sentido donde se produce el doblé,  $M$  es el momento de flexión,  $c$  es la distancia del eje neutro a la superficie del cable (radio del cable) e  $I$  es el segundo momento de área.

El esfuerzo de tensión en la sección D de la Figura 4, es similar al de la sección B y el esfuerzo en las secciones C y E son similares al esfuerzo en la sección A.

De las pruebas experimentales se observa que el material falla en la curvatura formada por la rotación del empalme, como se aprecia en la Figura 7. Los cables se fijan en las mordazas concéntricas entre sí por lo que el estudio se enfocará en la sección B y D definidas previamente.

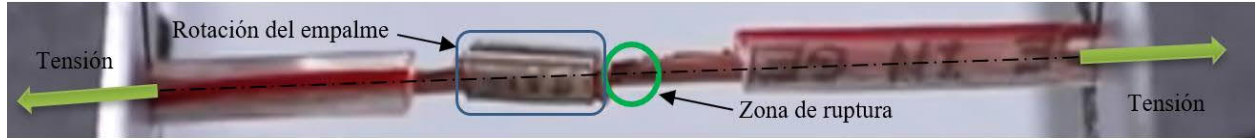
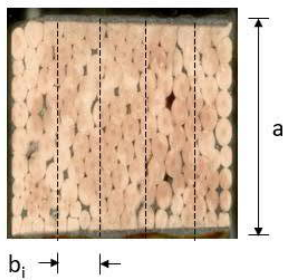


Figura 7. Rotación del empalme por mordazas concéntricas de la máquina universal.

La resistencia mínima a la tensión  $\sigma_F$  se obtuvo de la tabla de propiedades de cables redondos de cobre, convirtiendo el calibre definido por AWG (American Wire Gauge) al área transversal del cable en  $\text{mm}^2$  e interpolando valores de área transversal intermedios [4].

Las consideraciones que se toman para la obtención de la fuerza son las siguientes:

1. El cálculo se realiza tomando la resistencia mínima a tensión del cable.
2. Se considera el cable como un alambre con sección transversal circular y cuya área es la suma de las áreas de cada uno de los filamentos del cable.
3. La sección transversal del empalme es la suma de las secciones transversales de los cables que lo componen, como se muestra en la Figura 8.



$$A_E = \sum_{i=1}^n A_i \quad (3)$$

4. La magnitud del lado del cuadrado formado en el empalme es:

$$a = (A_E)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

5. El ancho de cada uno de los cables dentro del empalme es:

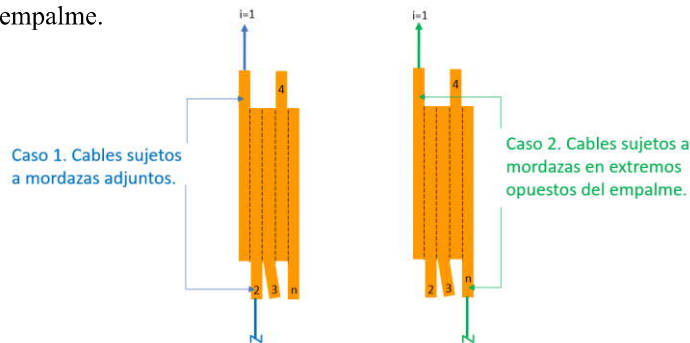
$$b_i = \frac{A_i}{a} \quad (5)$$

Figura 8. Ejemplo de sección transversal del empalme.

La ubicación de cada uno de los cables sometidos a la tensión en el empalme define la distancia entre los ejes axiales de los cables, por lo que existen un número  $n$  de casos dependiendo del número de cables en el empalme. Pero existen 2 casos extremos ejemplificados en la Figura 9 y son:

Caso 1: Los dos cables sujetos a las mordazas de la máquina universal están adjuntos.

Caso 2: Los dos cables sujetos a las mordazas de la máquina universal están en los extremos opuestos del empalme.



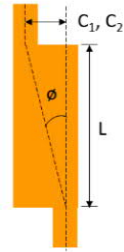
Distancia entre centros:

$$\text{Caso 1: } C_1 = \frac{b_1 + b_2}{2} \quad (6)$$

$$\text{Caso 2: } C_2 = \frac{b_1 + b_n}{2} + \sum_{i=2}^{n-1} b_i \quad (7)$$

Figura 9. Casos extremos de la ubicación de los cables en el empalme.

La rotación ( $\theta$ ) que se produce en el empalme como resultado de la concentricidad de los ejes axiales de la máquina universal, se muestra en la Figura 10 y se obtiene de la siguiente forma:



$$\phi_1 = \tan^{-1} \frac{C_1}{L} \quad (8)$$

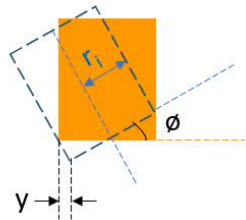
$$\phi_2 = \tan^{-1} \frac{C_2}{L} \quad (9)$$

Donde:

$L$  es la longitud del empalme.

Figura 10. Rotación en el empalme por concentricidad de los ejes axiales de la máquina universal

El desplazamiento ( $y$ ) que se produce por la rotación del empalme se aprecia en la Figura 11 y es:



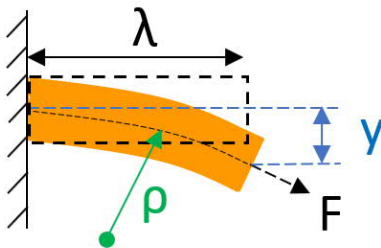
$$y = r_i \cdot (1 - \cos\phi) \quad (10)$$

Donde:

$r_i$  es el radio del cable

Figura 11. Desplazamiento producido por la rotación del empalme

Considerando que la sección B y D son 2 vigas empotradas, como se ejemplifica en la Figura 12, es posible definir la curvatura como: [5]



$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{E \cdot I} \quad (11)$$

$$y = \frac{F \cdot \lambda^3}{3 \cdot I \cdot E} = \frac{M \cdot \lambda^2}{3 \cdot I \cdot E} \quad (12)$$

Donde  $\rho$  es el radio de la curvatura,  
 $E$  es el módulo de elasticidad del cobre,  
 $I$  es el segundo momento de área  
 $M$  es el momento de flexión

Figura 12. Curvatura en una viga empotrada

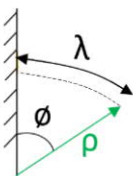
El momento que induce la flexión del cable es:

$$M = \frac{3 \cdot I \cdot E \cdot y}{\lambda^2} = \frac{3 \cdot I \cdot E \cdot r_i \cdot (1 - \cos\phi)}{\lambda^2} \quad (13)$$

El esfuerzo por deflexión máximo en el cable es:

$$\sigma_m = \frac{M \cdot r_i}{I} = \frac{3 \cdot I \cdot E \cdot r_i \cdot (1 - \cos\phi)}{\lambda^2} \cdot \left(\frac{r_i^2}{I}\right) = \frac{3 \cdot E \cdot r_i^2 \cdot (1 - \cos\phi)}{\lambda^2} \quad (14)$$

$\lambda$  representa el arco de la curvatura tomada por la deflexión del eje, como se indica en la Figura 13:



$$\lambda = \rho \cdot \phi \quad (15)$$

Donde:

$\rho$  es el radio de curvatura

$\phi$  es el ángulo de rotación del empalme

Figura 13. Arco de la curvatura tomada por la deflexión del eje.

Sustituyendo el arco en la ecuación del esfuerzo:

$$\sigma_m = \frac{3 \cdot E \cdot r_i^2 \cdot (1 - \cos \theta)}{\rho^2 \cdot \theta^2} \quad (16)$$

El esfuerzo máximo en el cable se obtiene al sumar el esfuerzo inducido por la tensión y el esfuerzo por flexión en la región del cable donde se presenta tensión:

$$\sigma_T = \frac{F}{A} + \frac{3 \cdot E \cdot r_i^2 \cdot (1 - \cos \theta)}{\rho^2 \cdot \theta^2} = Sut \quad \text{Donde } Sut \text{ es la resistencia mínima a la tensión} \quad (17)$$

La fuerza máxima ( $F$ ) que soporta el cable es:

$$F = \left[ Sut - \frac{3 \cdot E \cdot r_i^2 \cdot (1 - \cos \theta)}{\rho^2 \cdot \theta^2} \right] \cdot A \quad \text{Donde } A \text{ es el área transversal del cable sujeto por las mordazas} \quad (18)$$

*Obtención de relación por regresión.*

Este método utiliza seis resultados de las pruebas de tracción experimentales (identificados por un rectángulo naranja en la Tabla 2) para generar un polinomio de quinto orden que permite estimar la fuerza de tracción que resiste el empalme. Se considera que el empalme se rompe en el cable con menor área transversal ( $A_{min}$ ) sujeto a las mordazas de la máquina universal.

Se utilizó el comando “polyfit” de MATLAB para obtener los coeficientes del polinomio que describe la fuerza de tracción ( $F$ ) que resiste el empalme, cuando se conoce el área transversal menor ( $A_{min}$ ) de los cables sujetos a las mordazas [6]. El polinomio obtenido se muestra a continuación:

$$F = 178.7 - (1062.8 \cdot A_{min}) + (3348.3 \cdot A_{min}^2) - (3849.2 \cdot A_{min}^3) + (1924.3 \cdot A_{min}^4) - (337.4 \cdot A_{min}^5) \quad (19)$$

El criterio elegido para evaluar la relación analítica obtenida es el error en porcentaje. Si consideramos a  $x$  como el valor obtenido en la prueba experimental de tracción y  $\bar{x}$  como el valor estimado por la relación analítica, entonces el error absoluto se define como [7]:

$$e_x = x - \bar{x} \quad (20)$$

El error en porcentaje se expresa como lo muestra la ecuación (21).

$$p_x = 100 \cdot \frac{e_x}{x} \quad (21)$$

## Comentarios Finales

*Resumen de resultados*

La tabla 2 muestra los resultados de las pruebas de tracción de 21 empalmes, la fuerza estimada por las ecuaciones (18) y (19), así como el error en porcentaje.

*Conclusiones*

El esfuerzo por momento de flexión reduce cerca de un 50 % la resistencia a la tensión de los cables sujetos a las mordazas de la máquina universal.

Las relaciones obtenidas (18) y (19) estiman la fuerza de tracción de 21 empalmes con un error menor o igual al 10% de la fuerza obtenida por pruebas experimentales.

*Recomendaciones*

Continuar recabando información de pruebas experimentales para validar la relación obtenida con empalmes conformados por cables de diferente área transversal a los incluidos en este estudio.

Como una segunda etapa se buscará incluir las relaciones obtenidas en una macro de Excel para facilitar la estimación de la fuerza de tracción desde etapas tempranas del diseño del arnés.

Área transversal de los cables que componen el empalme (mm <sup>2</sup> )								Fuerza Exp. (N)	Fuerza Rel. (N)	Error Rel. (%)	Fuerza Reg. (N)	Error Reg. (%)
CMS	CMI	C3	C4	C5	C6	C7	C8					
0.35	0.35	0.75						85	79	7	79	7
0.35	0.75	0.35						85	79	7	79	7
0.35	0.50	0.50						86	79	8	79	8
0.50	1.50	1.50						113	111	2	113	0
1.50	1.50	1.50						307	326	6	307	0
2.50	2.50	2.50						525	531	1	524	0
8.00	2.50	2.50						548	531	3	524	4
0.35	0.35	0.35	0.35					75	79	5	79	5
0.75	0.75	0.75	0.75					170	164	4	170	0
0.35	0.35	0.35	0.50	0.50				76	79	4	79	4
0.35	0.35	0.35	0.35	0.35				79	79	0	79	0
0.35	0.50	0.35	0.75	0.50				87	79	9	79	9
0.75	0.50	0.50	0.35	0.35				116	111	4	113	3
0.75	0.75	0.75	0.75	0.75				170	164	4	170	0
0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75			170	164	4	170	0
0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35		78	79	1	79	1
0.35	0.35	0.75	0.50	0.50	0.35	0.35		83	79	5	79	5
0.50	0.75	0.35	0.35	0.50	0.35	0.35		103	111	8	113	10
1.00	2.50	0.35	0.50	0.50	0.50	0.50		202	217	7	202	0
0.35	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	1.00	2.50	72	79	9	79	10
1.00	2.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.35	0.50	197	217	10	202	2

Tabla 2. Resultados de pruebas de tracción experimentales, fuerza estimada por relación analítica y por regresión

### Referencias

- [1] United States Council for Automotive Research. USCAR 38 Performance Specification for ultrasonically welded wire terminations. 2016.
- [2] The International Organization for Standardization ISO 6722-1:2011 Part 1: Dimensions, test methods and requirements for copper conductor cables.
- [3] Budynas, R. y Nisbeth, K. "Diseño en ingeniería mecánica de Shigley". México, 2008. ISBN-10:970-10-6404-6.
- [4] David, J.R. "ASM Specialty Handbook, Copper and Copper Alloys". ASM International. 2001.
- [5] Kutz, Myer. "Eshbach's Handbook of Engineering Fundamentals". John Wiley & Sons. 2009
- [6] "Polynomial curve fitting". [Fecha de consulta: 1 febrero 2021]. Disponible en: <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/polyfit.html>
- [7] Pal, S. B., Subodh C. "Engineering Mathematics" Oxford University Press, 2015.