



Síntesis geométrica de engranajes cilíndricos de dientes rectos con elevada resistencia a la picadura

Geometric synthesis of spur gears with high pitting resistance

Christopher Edgar Falcón-Anaya^I, Gonzalo González-Rey^{II}, *

I. Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey, Posgrado CIATEQ Campus Aguascalientes, México

II. Florida International University. Department of Mechanical and Material Engineering. Florida. Estados Unidos de América

*Autor de correspondencia: gogonzal@fiu.edu

Este documento posee una [licencia Creative Commons Reconocimiento-No Comercial 4.0 internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Recibido: 4 de enero de 2021

Aceptado: 5 de marzo de 2021

Resumen

En el 2016, la norma ANSI-AGMA 2101-D04 reformuló la evaluación del esfuerzo de contacto en los engranajes. Algunos populares programas de computación aplicables a elementos de máquinas, como Inventor 2021 y KISSsoft, incorporaron cálculos de resistencia a picadura y fractura en engranajes según la mencionada norma, pero aun el diseño óptimo basado en ANSI-AGMA 2101-D04 no tiene presencia en calculadores de engranajes ni en la literatura especializada. La síntesis racional de un engranaje es compleja debido al número de variables, limitaciones y relaciones que involucra, haciéndose difícil su desarrollo. El objetivo del presente trabajo fue desarrollar un procedimiento para el cálculo de la geometría racional de un engranaje cilíndrico con dientes rectos y elevada resistencia a la

picadura, tomando como base la norma ANSI-AGMA 2101-D04. El procedimiento permitió generar síntesis geométricas racionales de engranajes con menor esfuerzo de contacto en los dientes conjugados. Resultados de la investigación permiten presentar una interrelación entre la geometría del engranaje y su resistencia a esfuerzos de contacto, un diagrama de bloque del algoritmo base y particularidades de la influencia de la geometría racional en los radios de curvatura de los flancos de los dientes que mejora la resistencia a la picadura de los engranajes.

Palabras claves: engranaje cilíndrico; resistencia a picadura; síntesis geométrica; AGMA 2101.

Abstract

Abstract: In 2016, the ANSI-AGMA 2101-D04 standard gave the possibility to reformulate the evaluation for the contact stress on gears. Some popular computer programs for machine elements, such as Inventor 2021 and KISSsoft, incorporated new calculations of resistance to pitting and fracture in gears according to the mentioned standard, but even the optimal design based on ANSI-AGMA 2101-D04 has no presence in calculators of gears or specialized literature. The rational synthesis of a gear is complex due to number of variables, relations between them and limitations involved, which makes its development difficult. The objective of this research was to obtain a procedure for the calculation of the rational geometry of spur gears and high resistance to

pitting, based on the ANSI-AGMA 2101-D04 standard. The procedure generates a rational geometric synthesis of spur gears with less contact stress and higher pitting strength in the conjugated teeth. Research results allow a better understanding of the relationships between gear geometry and its pitting resistance using the contact stresses. In addition, a block diagram of the basic algorithm and the influence of the radius of tooth profile on the pitting resistance of the active flanks of gear teeth are shown.

Key words: spur gear; pitting resistance; geometric synthesis; AGMA 2101.

Cómo citar este artículo:

Falcón Anaya CE, González Rey G. Síntesis geométrica de engranajes cilíndricos de dientes rectos con elevada resistencia a la picadura. Ingeniería Mecánica. 2020;24(2):e623. ISSN 1815-5944.

Introducción

Una de las causas principales que inutiliza las transmisiones por engranajes son los daños causados por la picadura de flancos activos de los dientes [1, 2] y debido a esto las principales normas para evaluar la capacidad de carga de engranajes cilíndricos, como AGMA 2101, ISO 6336-2 y DIN 3990-2, consideran en primera instancia la necesaria resistencia al deterioro por picadura de los dientes en ruedas de transmisiones por engranajes.

En los engranajes cilíndricos el deterioro por picadura de los flancos activos es típico de ruedas dentadas en baño de aceite y ocurre por el contacto intermitente de los dientes durante el engrane. La picadura a largo plazo

puede causar grietas de fatiga superficial que generan el desprendimiento de fragmentos de material en los dientes que alteran el perfil del diente y en dependencia de la velocidad de trabajo aumentan las cargas dinámicas en el contacto entre dientes [3]. En la etapa final, el proceso de picadura superficial se intensifica provocando un deterioro progresivo y un debilitamiento del diente que puede ser la causa raíz de una evidencia de fractura en el diente.

En el año 2016, la norma ANSI-AGMA 2101-D04: *Fundamental rating factors and calculation methods for involute spur and helical gear teeth* reformuló la evaluación del esfuerzo de contacto en los engranajes. Algunos populares programas de computación aplicables a elementos de máquinas, como Inventor 2021 y KISSsoft, incorporaron cálculos de resistencia a picadura y fractura en engranajes según la mencionada norma, pero aun el diseño óptimo basado en ANSI-AGMA 2101-D04 no tiene presencia en calculadores de engranajes ni en la literatura especializada.

Investigaciones dirigidas a la optimización de los engranajes cilíndricos con elevada resistencia a la picadura muestran que son diferentes las vías de abordar este problema. Por ejemplo, Zheng [4] y Zhou [5] orientan el incremento de la resistencia a la picadura con mejoras en la herramienta de generación empleada en el tallado de los dientes. Por otro lado, Crococo [6] y Sagralo [7] desarrollan mejoras en las condiciones de lubricación para aumentar la resistencia de los flancos de los dientes a la picadura. También son encontradas soluciones basadas en la optimización de la geometría de los engranajes como son los resultados de Langlois [8] con perfiles asimétricos, los desarrollos de nuevos engranajes de Azemi [9] con aplicación de técnicas CAD/CAE y con técnicas de optimización como las publicadas por el francés Mahiddini [10] que le permitieron aumentar la capacidad de resistencia a picadura de los engranajes mejorando la rigidez de unidades de ruedas cilíndricas engranadas.

La introducción de poderosos medios de cómputos con elevadas velocidades de cálculo ha permitido el empleo del método de búsqueda exhaustiva en el diseño óptimo de engranajes [11, 12]. Este método, basado en algoritmos de búsqueda exhaustiva, localiza los extremos de una función objetivo mediante una organizada evaluación de la función objetivo que permite retener en cada paso el valor extremo de la función a optimizar.

En este trabajo, se presenta un procedimiento para el cálculo de la síntesis geométrica de engranajes cilíndricos de acero con dientes rectos mediante una organizada evaluación de la función objetivo, orientada a maximizar el momento torsor aplicable al piñón con resistencia a picadura según ANSI-AGMA 2101-D04. El procedimiento permitió generar síntesis geométricas racionales de engranajes con menor esfuerzo de contacto en los dientes conjugados y establecer recomendaciones para aumentar los radios de curvatura de los flancos de los dientes que mejoran la resistencia a la picadura de los engranajes analizados.

Métodos y Materiales

Las formulaciones de la norma ANSI-AGMA 2101-D04 sirvieron como base para establecer la función objetivo (1) orientada a optimizar el momento torsor aplicable al piñón (Mt_1).

$$Mt_1 = \left(\frac{\sigma_{H_{adm}}}{Z_E} \right)^2 \cdot \frac{b \cdot d_{w1}^2 \cdot Z_I}{2 \cdot K_0 \cdot K_V \cdot K_H \cdot K_S \cdot Z_R} \quad (\text{Nmm}) \quad (1)$$

Para la ejecución del procedimiento de síntesis geométrica racional de un engranaje cilíndrico de dientes rectos con contacto exterior y elevada resistencia a la picadura de los dientes fueron determinadas las variables a considerar como conocidas (ver tabla 1) y desconocidas (ver tabla 2).

Tabla 1. Variables conocidas (datos) para solución del problema de la síntesis geométrica de engranajes cilíndricos de acero con dientes rectos. Fuente: autores

No.	Variables	Unidad	Descripción:
1	u		Razón de engrane
2	z1		Cantidad de dientes en el piñón
3	aw	mm	Distancia entre ejes de las ruedas
4	m	mm	Módulo
5	b	mm	Ancho de engranaje
6	α (alfa)	°	Ángulo del perfil de cremallera de referencia
7	ha*		Factor de altura de la cabeza del diente
8	c*		Factor de holgura radial
9	x1		Coefficiente de corrección en dientes del piñón
10	n1	min-1	Revoluciones por minuto del piñón
11	E1	MPa	Módulo de elasticidad del material del piñón
12	ν_1 (miu1)		Coefficiente de Poisson del material del piñón
13	E2	MPa	Módulo de elasticidad del material de la rueda
14	ν_2 (miu1)		Coefficiente de Poisson del material de la rueda
15	σ_H (sigmaH).	MPa	Esfuerzo máximo de contacto nominal
16	Propiedad no uniforme del material		Propiedades no uniformes del material.

17	Condición de superficie		Condiciones de la superficie de contacto en los dientes
18	Máquina movida y motriz		Régimen de máquina movida y motriz
19	Modificar generatriz flanco del diente		Corrección en la generatriz del flanco de los dientes
20	Calidad del montaje		Calidad del ajuste en el montaje de las ruedas
21	s/s1		Relación geométrica en el montaje
22	QISO		Grado de precisión del engranaje
23	Ama		Coefficiente A para calcular KHma
24	Bma		Coefficiente B para calcular KHma
25	Cma		Coefficiente C para calcular KHma

Tabla 2. Variables desconocidas para solución del problema de síntesis geométrica de engranajes cilíndricos de acero con dientes rectos. Fuente: autores

No.	Variables	Unidad	Descripción:
1	z2		Cantidad de dientes en la rueda
2	dw1	mm	Diámetro primitivo del piñón
3	db1	mm	Diámetro básico del piñón
4	da1	mm	Diámetro de cresta del piñón
5	df2	mm	Diámetro de fondo de la rueda
6	x2		Coefficiente de corrección en la rueda
7	xΣ (xsuma)		Corrección sumaria
8	αw (alfaw)	°	Ángulo de engranaje en plano transversal
9	ρ1 (ro1)	mm	Radio del flanco de contacto en diente del piñón
10	ρ2 (ro2)	mm	Radio del flanco de contacto en diente de la rueda
11	Mt1	Nmm	Momento torsor aplicable al piñón
12	ZE	MPa ^{1/2}	Factor de elasticidad
13	v	m/s	Velocidad tangencial en las ruedas
14	KV		Factor por carga dinámica.
15	KH		Factor por carga concentrada en flanco del diente
16	ZI		Factor geométrico de resistencia a la picadura.
17	B		Factor auxiliar de cálculo del KV.
18	C		Factor auxiliar de cálculo del KV.
19	KHpf		Factor por ancho relativo del piñón
20	KHma		Factor por calidad de la manufactura
21	KHpm		Factor por ubicación del piñón
22	KHmc		Factor por modificación del flanco de diente
23	KHe		Factor por calidad del ajuste del montaje.
24	KO		Factor por aplicación de carga
25	KS		Factor por tamaño.
26	ZR		Factor por rugosidad.

En la solución de la síntesis racional geométrica del engranaje fueron consideradas las siguientes condiciones:

- Engranaje cilíndrico de acero con calidad comercial.
- Tratamiento térmico de normalizado con dureza volumétrica de 142 HB.
- Condiciones de trabajo estable y sin perturbaciones en la maquina movida y motriz ($k_o = 1$).
- Tiempo de trabajo topado a no más de 8 horas diarias.
- Ubicación de las ruedas con disposición simétrica a los rodamientos ($s_1/s = 0$)
- Engranaje protegido del ambiente por una carcasa cerrada (engranaje cerrado).
- Engranajes lubricados por inmersión en baño de aceite.
- Dientes sin modificación en los flancos ($KH_{mc} = 1$ sin abarrilamiento central).
- Engranaje de calidad comercial con grado 7mo de precisión ISO.
- Condiciones medias de rugosidad en los flancos ($ZR = 1$).
- Ruedas con asentamiento previo durante el montaje ($KH_e = 0.8$).
- Ruedas dentadas elaboradas por generación con parámetros de herramienta de corte y módulo normalizados según ISO.

En casos donde la aplicación del procedimiento para obtener la síntesis racional geométrica de un engranaje cilíndrico de acero de dientes rectos con ejes paralelos y contacto exterior difiera de las declaradas anteriormente pueden ser empleadas las orientaciones brindadas en ANSI-AGMA 2101-D04 (reafirmada en marzo 16, 2016).

A continuación, las figuras 1,2 y 3 muestran el procedimiento de cálculo generado en el presente trabajo para la solución del problema asociado con la síntesis geométrica racional de un engranaje cilíndrico de dientes rectos con contacto exterior y elevada resistencia a la picadura de los dientes de las ruedas.

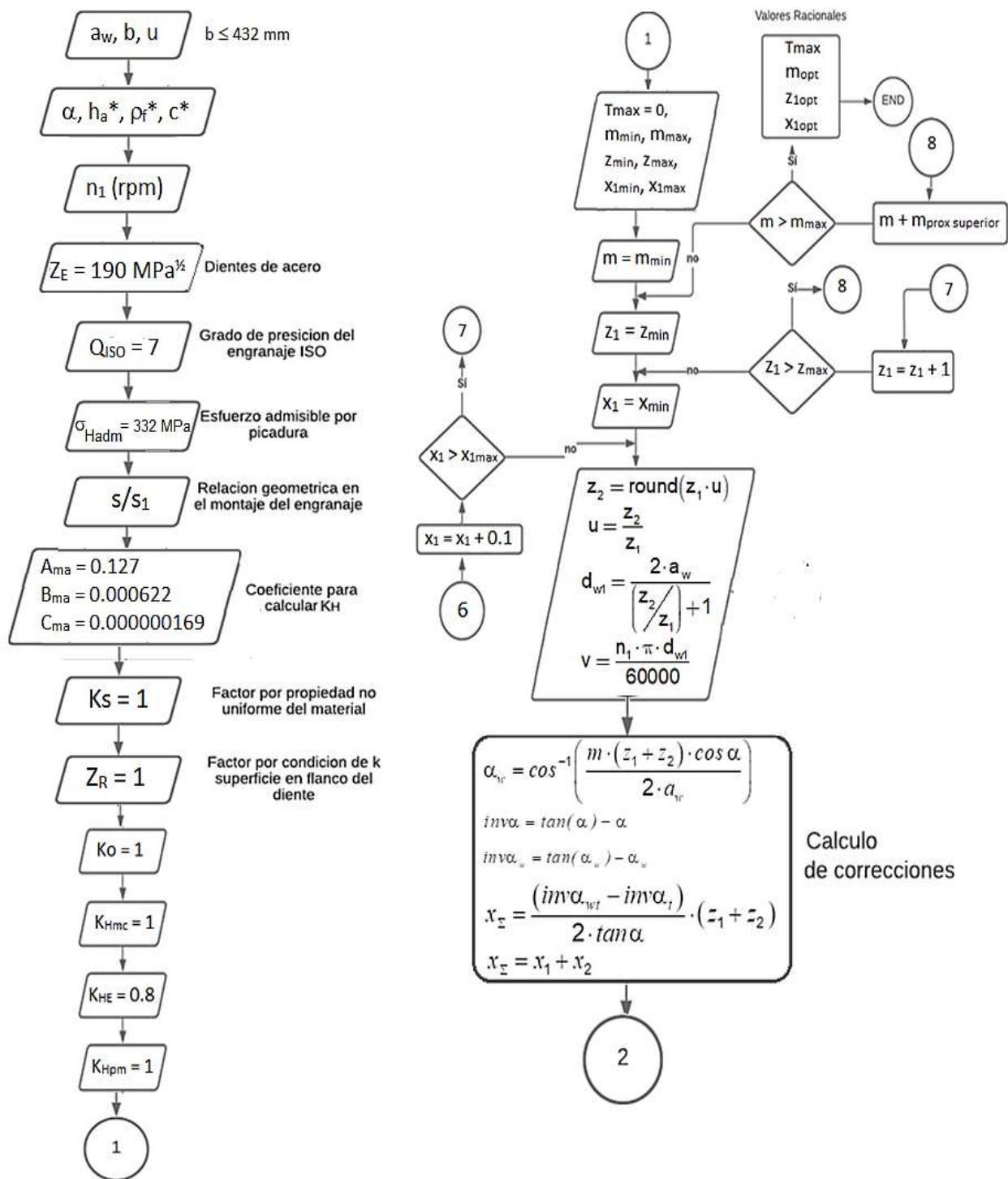


Fig. 1. Primera etapa del procedimiento de cálculo correspondiente a la generación de las variables básicas (modulo, cantidad de dientes en las ruedas y coeficientes de corrección). Fuente: autores

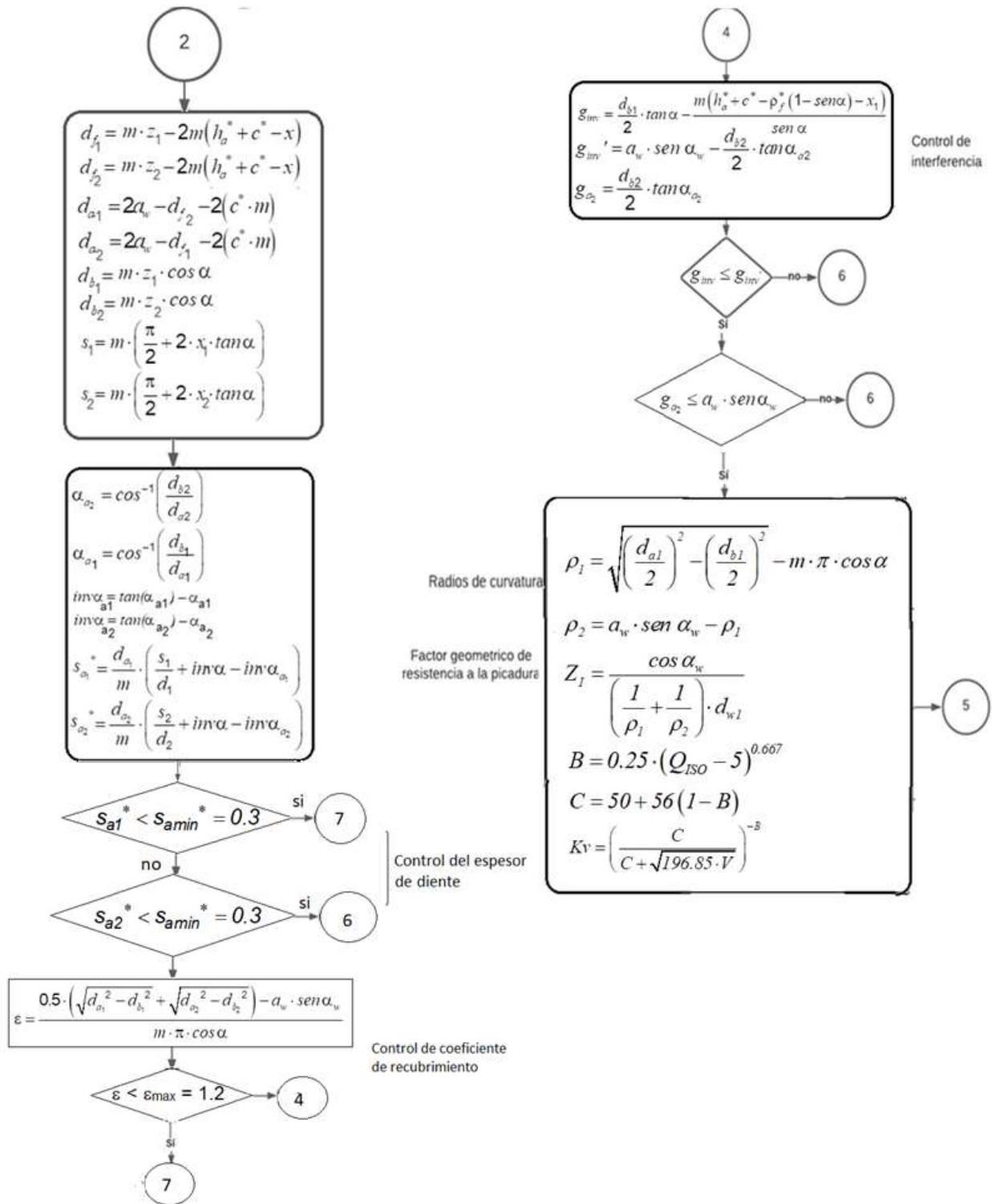


Fig. 2. Segunda etapa del procedimiento de cálculo correspondiente al completamiento de la geometría de las ruedas y exclusiones de las geometrías inadmisibles según espesor del diente, coeficiente de corrección e interferencia de los dientes. Fuente: autores

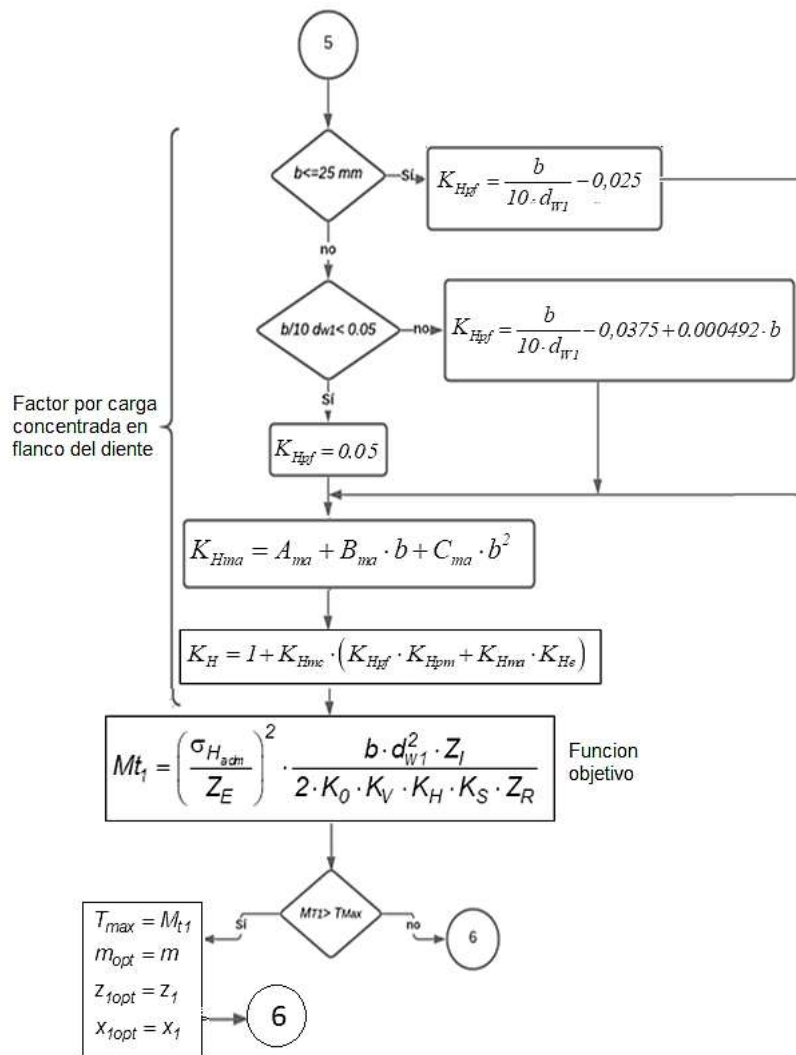


Fig. 3. Tercera y última etapa del procedimiento de cálculo correspondiente al cálculo del momento torsor aplicable en el piñón por resistencia a la picadura y retención de los valores óptimos que maximizan la función objetivo (engranaje con síntesis racional). Fuente: autores

El importante destacar que el procedimiento de cálculo presentado en este trabajo es aplicable para engranajes cilíndricos con dientes rectos de acero, flancos perfilados con curvas de evolventes generadas mediante tallado con fresa madre, ancho de engranaje menor de 432 mm (17 pulgadas) y suficiente resistencia a la fractura de los dientes.

Resultados y Discusión

En base al procedimiento desarrollado fue elaborado un procedimiento en Excel que permitió evaluar la influencia de la geometría del engranaje en el momento máximo permisible en el piñón por resistencia a picadura.

Las soluciones para engranajes con coeficientes de corrección diferentes a cero ($x_1 \neq 0$ y $x_2 \neq 0$) fueron tipificadas con distancias entre ejes (a_w) de 60, 70, 80, 90, 100, 125, 160, 200, 250, 315, 400 y 500 mm, razones de engrane (u) de 1, 2 y 4, con módulos (m) de 1; 1,25; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 16; 20; 25; 32; 40 y 50 mm y ancho relativo a la distancia entre ejes de ruedas de $\phi_{BA} = 0,4$; con posibilidad de aplicar valores de coeficientes de corrección en piñón (x_1) entre 0 y 2 con incrementos de 0.1.

Las soluciones para engranajes cilíndricos de acero con dientes rectos, ejes paralelos y contacto exterior fueron aceptadas con distancias entre ejes y razones de engrane exactas. También fue considerado el cumplimiento de los siguientes índices de calidad geométrica:

- El espesor de cresta del diente es mayor que el 30% del módulo ($s_a \geq 0.3 m$).
- El coeficiente de recubrimiento es igual o mayor a 1.2 ($\varepsilon \geq 1.2$).
- No debe ocurrir interferencia en el contacto entre los dientes.

La tabla 3 muestra parámetros geométricos de engranajes cilíndricos de dientes rectos con ejes paralelos y contacto exterior en casos de engranajes con coeficientes de corrección diferentes a cero para el piñón y la rueda.

Tabla 3. Soluciones de máxima capacidad de carga para engranajes cilíndricos de acero de dientes rectos con corrección del perfil en flancos de evolvente. Fuentes: autores

Solución	aw (mm)	b (mm)	u	m	z1	x1	xΣ	sa1 (mm)	ε	ρ1 (mm)	ρ2 (mm)	pred (mm)	Mt1 (Nm)
1	60	24	1	2,5	23	1,2	1,144	0,33	1,23	13,08	13,00	6,5	10,5
2			2	1,25	31	1,5	1,565	0,33	1,24	9,18	15,7	5,8	6,3
3			4	1	24	0,9	0	0,32	1,46	5,17	15,3	3,9	2,6
4	70	28	1	2,5	27	1,1	1,125	0,43	1,3	14,78	14,83	7,4	16,2
5			2	1,5	30	1,5	1,874	0,38	1,21	10,60	19,01	6,8	10,0
6			4	1,25	22	1	1,064	0,31	1,35	6,03	20,92	4,7	4,1
7	80	32	1	4	19	0,7	0,747	0,58	1,20	14,10	21,95	8,6	23,9
8			2	2	26	1,2	1,089	0,31	1,31	11,88	20,17	7,5	14,3
9			4	1,25	25	1,2	1,626	0,34	1,28	7,09	24,7	5,5	6,2
10	90	36	1	2	43	1,6	2,305	0,61	1,20	19,24	20,38	9,9	34,8
11			2	2	29	1,5	1,675	0,31	1,22	13,83	23,8	8,7	20,9
12			4	1	35	1,6	2,746	0,45	1,21	8,17	28,4	6,3	9,0
13	100	40	1	2	48	1,7	2,277	0,58	1,24	21,63	21,52	10,8	46,7
14			2	1,5	43	1,7	2,514	0,5	1,24	14,87	26,77	9,6	28,0
15			4	1	39	1,8	2,723	0,37	1,20	9,36	30,71	7,2	12,5
16	125	50	1	3	40	1,5	1,898	0,54	1,25	26,98	26,96	13,5	89,5
17			2	3	27	1,3	1,283	0,31	1,28	18,81	32,08	11,8	53,6
18			4	1,25	39	1,8	2,723	0,37	1,20	11,70	38,39	9,0	24,0
19	160	64	1	3	51	1,4	2,684	0,80	1,20	31,92	38,29	17,4	184,2
20			2	2	52	1,9	2,178	0,42	1,30	24,3	39,82	15,1	109,7
21			4	1,5	42	1,6	1,761	0,34	1,34	14,73	46,06	11,2	48,5
22	200	80	1	6	32	1,3	1,518	0,48	1,26	42,92	43,39	21,6	349,1
23			2	3	43	1,7	2,414	0,5	1,24	29,74	53,55	19,1	210,5
24			4	2	39	1,8	2,723	0,37	1,20	18,72	61,42	14,4	94,5
25	250	100	1	6	40	1,5	1,898	0,54	1,25	53,96	53,92	27,0	662,0
26			2	6	27	1,3	1,282	0,31	1,28	37,62	64,15	23,7	398,6
27			4	2,5	39	1,8	2,723	0,37	1,20	23,40	76,78	17,9	179,9
28	315	126	1	10	30	1,2	1,744	0,58	1,20	64,73	75,82	34,9	1302,3
29			2	6	34	1,6	1,652	0,31	1,25	48,84	79,77	30,7	781,0
30			4	3	41	1,8	2,713	0,39	1,22	29,32	96,10	22,5	347,3
31	400	160	1	12	32	1,3	1,518	0,48	1,26	85,83	86,77	43,1	2503,7
32			2	6	43	1,7	2,414	0,50	1,24	59,49	107,1	38,2	1519,0
33			4	4	39	1,8	2,723	0,37	1,20	37,45	122,8	28,7	687,7
34	500	200	1	12	40	1,5	1,898	0,54	1,25	107,9	107,8	53,9	4660,0
35			2	12	27	1,3	1,283	0,30	1,28	75,25	128,3	47,4	2824,6
36			4	5	39	1,8	2,723	0,37	1,20	46,81	153,6	35,9	1287,1

Las soluciones de síntesis racional para máxima resistencia a picadura fueron limitadas por las condiciones de bajo coeficiente de recubrimiento, dientes puntiagudos e interferencia en el contacto. Los resultados mostrados en la tabla 4 indican que los valores de torque máximos admisibles en el piñón dependen mayormente del valor límite elegido para el espesor de cresta de los dientes y del coeficiente de recubrimiento. Es decir, pueden ser obtenidas síntesis geométricas de engranajes con mayor capacidad de resistencia, pero deben aceptarse valores más bajos de los límites del espesor de cresta y coeficiente de recubrimiento que los declarados para la aplicación del procedimiento presentado en este trabajo.

Tabla 4. Motivos que limitaron el valor máximo del momento torsor en el piñón.

Fuente: autores

Motivo del valor límite del MT1	Cantidad (%)
Bajo coeficiente de recubrimiento ($\epsilon < 1,2$)	13 (36 %)
Aguzado del diente del piñón ($sa1 < 0,3$)	11 (31 %)
Interferencia	5 (14 %)
Máximo momento Mt1	7 (19 %)

En general, se observa que la geometría racional con mayor radio de curvatura mejora la resistencia a la picadura de los flancos activos de los engranajes, hecho explicable por la relación directa entre el máximo momento Mt1 en el piñón por resistencia a picadura y el radio de curvatura equivalente pred de los flancos de dientes en contacto. Las ecuaciones (2) y (3) muestran la referida relación.

$$Mt_1 = \left(\frac{\sigma_{H_{adm}}}{Z_E} \right)^2 \cdot \frac{b \cdot d_{w1} \cdot \cos \alpha_w}{2 \cdot K_0 \cdot K_V \cdot K_H \cdot K_S \cdot Z_R} \quad (\text{Nmm}) \quad (2)$$

$$\rho_{red} = \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\rho_2 + \rho_1} \quad (\text{mm}) \quad (3)$$

La figura 4 muestra el antes referido comportamiento del máximo momento torsor en el piñón Mt1 con dependencia del radio de curvatura equivalente ρ_{red} de los flancos activos de los dientes en contacto para engranajes con razones de engranaje u de 2 y 4, según la geometría reportada en la tabla 3. En general para engranajes con distancia entre ejes de ruedas mayores a 125 mm, las soluciones con mayores módulos y distancias interaxial favorecen el incremento de la resistencia del engranaje a la picadura de sus dientes. Este resultado es obvio, pues el aumento de las dimensiones de las ruedas favorece un aumento de los radios de curvatura en los flancos de evolvente de los dientes.

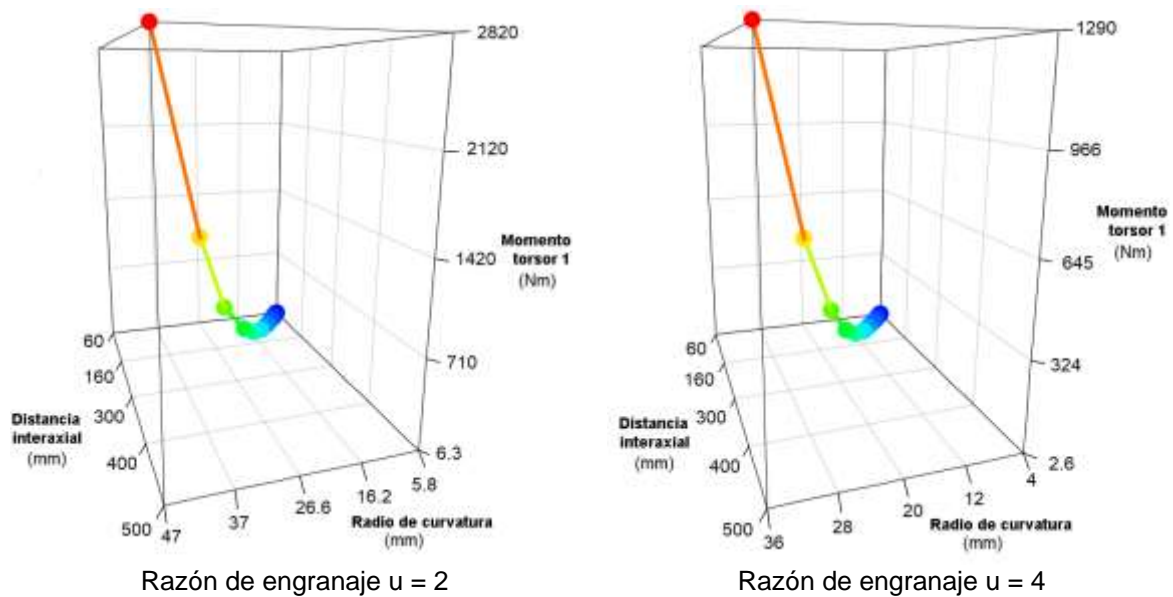


Fig. 4. Relación entre el máximo momento torsor en el piñón Mt1, la distancia interaxial del engranaje a_w y el radio de curvatura equivalente (ρ_{red}) de los flancos activos de los dientes en contacto. Fuente: autores

Por otra parte, mayores módulos y cantidades de dientes en el piñón alrededor del promedio de las soluciones racionales, figura 5, aumentan los diámetros básicos de las ruedas y la curvatura de los flancos en los dientes del piñón. Todo esto, se favorece con la aplicación de coeficientes de corrección positiva en el piñón ($x_1 \geq 0$) que permiten obtener flancos de dientes con amplias curvas de evolvente y radios de curvatura mayores.

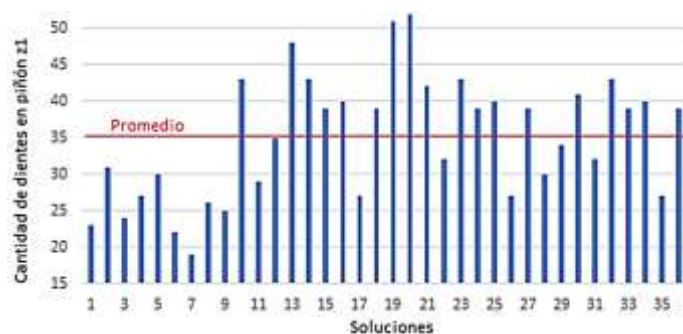


Fig. 5. Cantidades de dientes en piñón con síntesis geométrica racional para resistencia a picadura. Fuente: autores

Observando soluciones de síntesis racional para un engranaje con valores establecidos de distancia interaxial, ancho de engrane y razón de engranaje, puede afirmarse que aumentos progresivos del módulo con combinaciones adecuadas de número de dientes y coeficientes de corrección generan geometrías internas mejoradas para el engranaje. La figura 6 muestra esta tendencia.

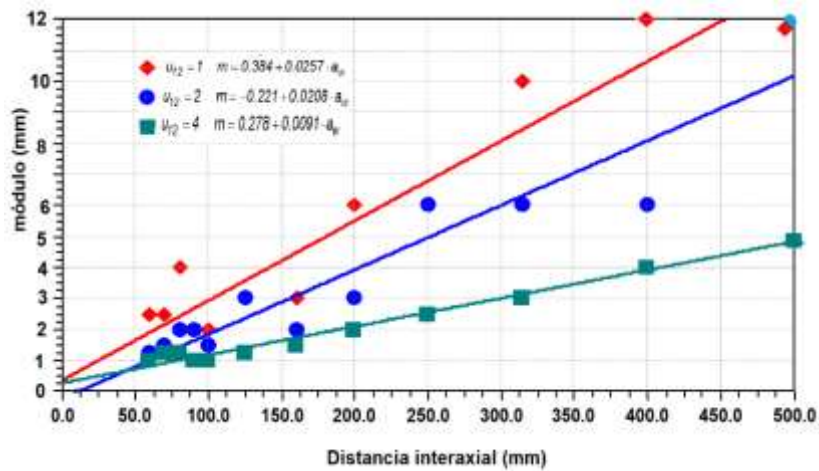


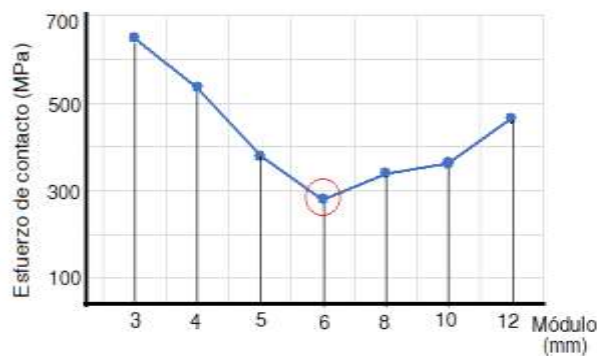
Fig. 6. Comportamiento del aumento del módulo y la distancia interaxial en las soluciones de geometría racional para engranajes cilíndricos de dientes rectos de acero con coeficientes de corrección. Fuente: autores

La tabla 5 muestra soluciones geométricas para un engranaje con distancia interaxial de 315 mm, ancho de 126 mm y razón de engranaje de 2. En este caso la mejor solución corresponde a $m = 6$ y fue limitada por aguzado de los dientes del piñón. En general, la solución racional para engranajes con corrección ocurre con coeficientes de corrección que generan ángulos de engranaje alrededor de 24° .

Tabla 5. Soluciones racionales para un engranaje con corrección, distancia interaxial de 315 mm, ancho de 126 mm y razón de engranaje de 2. Fuente: autores

m (mm)	z1	x1	α_w (°)	ϵ	ρ_1 (mm)	ρ_2 (mm)	pred (mm)	Mt1 (Nm)	Limite
1	206	2,6	22,81	1,35	40,7	81,4	27,1	706,6	Interferencia
1,25	165	2,4	22,64	1,43	41,7	79,6	27,4	713,2	Interferencia
1,5	137	2,3	23,14	1,36	42,1	81,7	27,8	721,5	Interferencia
2	102	2,2	24,10	1,23	42,7	85,9	28,5	735,7	Interferencia
2,5	82	2	23,46	1,35	44,4	81,0	28,7	743,1	Interferencia
3	68	1,9	24,10	1,29	44,7	83,9	29,2	751,7	Interferencia
4	51	1,8	24,10	1,28	46,7	81,9	29,7	766,7	Interferencia
5	41	1,3	23,50	1,30	48,7	76,7	29,8	771,9	Aguzado
6	34	1,6	24,10	1,25	48,8	79,8	30,3	781,0	Aguzado
8	26	1,0	21,45	1,43	45,8	69,4	27,6	725,4	Aguzado
10	21	0,8	20,00	1,46	43,9	63,8	26,01	690,4	Aguzado
12	17	0,8	24,10	1,30	41,2	87,5	28,00	721,5	Aguzado

La figura 7 muestra los esfuerzos de contacto en engranajes con geometría reportada en la tabla 5 y corrobora que el menor esfuerzo de contacto y por consiguiente la mayor resistencia a la picadura se observa en el engranaje con módulo 6, que es también el engranaje con máximo torque ($M_{T1} = 781$ Nm) aplicable en el piñón observable en la tabla 5 por la condición de máxima resistencia a la picadura.



PARÁMETROS DEL ANÁLISIS FEM:

- Conexiones:** Conjunto de contactos sin penetración y contacto nodo en superficie entre caras tangentes en dientes.
- Sujeciones:** Sujeción fija en centro del engranaje y sujeción tipo bisagra fija en el piñón para rotación.
- Cargas:** Carga torsional en el eje del piñón de 781 Nm.
- Malla:** Control de malla en caras de dientes en contacto considerando malla fina de 3mm.
- Posición de contacto:** Los modelos en un avance angular de 3° .
- Materiales:** AISI 304
- Método de análisis:** Esfuerzo de contacto entre 0.5 a 3 mm de profundidad.

Fig. 7. Esfuerzos de contacto obtenidos con MEF en engranajes con geometría reportada en tabla 5 y momento torsor aplicado en el piñón de $M_{T1} = 781$ Nm. Fuente: autores

En general, los resultados de la síntesis geométrica racional derivados del procedimiento presentado fueron validados mediante modelos de elementos finitos (MEF). Las ruedas dentadas engranadas y modeladas

mediante MEF con mayor capacidad de resistencia a la picadura (menor esfuerzo de contacto) reportaron coincidencia con la geometría de los engranajes con síntesis geométrica racional.

Finalmente, pudo ser corroborado que soluciones racionales de engranajes con aplicación de coeficientes de corrección mejoran alrededor del 26 % su resistencia a la picadura con relación a engranajes normales. La tabla 6 muestra los aumentos en resistencia a la picadura para engranajes con coeficientes de corrección positivos. Estos resultados, corroboran lo declarado por Niemann [13] para engranajes con 18 y 54 dientes que reportaron 30% de incremento de la resistencia a la picadura con respecto a engranajes normales.

Tabla 6. Momento máximo en piñón para engranajes normales $x_1=x_2=0$ y con corrección $x_1 \neq 0$.
Fuente: autores

a_w (mm)	b (mm)	u	Mt1 (Nm) con $x_1 = x_2 = 0$	Mt1 (Nm) con $x_1 \neq 0$	% de incremento de resistencia a picadura aplicando coeficientes de corrección,
60	24	1	8,6	10,5	22,1
		2	5,0	6,3	26,0
		4	1,9	2,6	36,8
70	28	1	14,5	16,2	11,7
		4	3,1	4,1	32,3
80	32	1	20,0	23,9	19,5
		4	4,7	6,2	31,9
90	36	1	28,3	34,8	23,0
		2	16,6	20,9	25,9
		4	6,8	9,0	32,4
100	40	1	38,5	46,7	21,3
		4	9,3	12,5	34,4
125	50	1	73,9	89,5	21,1
		4	18,2	24,0	31,9
160	64	1	151,4	184,2	21,7
		4	37,9	48,5	28,0
200	80	1	288,3	349,1	21,1
		4	72,9	94,5	29,6
250	100	1	546,6	662,0	21,1
		4	139,4	179,9	29,1
315	126	1	1054,8	1302,3	23,5
		2	634,2	781,0	23,1
		4	271,3	347,3	28,0
400	160	1	2067,2	2503,7	21,1
		4	535,7	687,7	28,4
500	200	1	3847,6	4660,0	21,1
		4	1004,0	1287,1	28,2

Conclusiones

Fue desarrollado un procedimiento de cálculo para la solución del problema asociado con la síntesis geométrica racional de un engranaje cilíndrico de dientes rectos con contacto exterior y elevada resistencia a la picadura de los dientes de las ruedas. Fue observado que la geometría racional con mayor radio de curvatura mejora la resistencia a la picadura de los flancos activos de los engranajes. Para engranajes con distancias interaxiales definidas fueron reportados aumentos en la resistencia a la picadura en síntesis geométricas con una cantidad de dientes en el piñón alrededor de 35 y ángulos de engranaje de 24°.

Referencias

- Pandey DK, Lim HC. Pinion Failure Analysis of a Helical Reduction. *Applied Sciences*. 2020;10(8): 1-13. ISSN 2076-3417. DOI [10.3390/app10082935](https://doi.org/10.3390/app10082935).
- Bergstedt E, Lin J, Olofsson U. Influence of gear surface roughness on the pitting and micropitting life. *Proc IMechE Part C: J Mechanical Engineering Science*. 2020; 234(24): 4953–4961. DOI [10.1177/0954406220931541](https://doi.org/10.1177/0954406220931541).
- Hein M, Geitner M, Tobie T, et al. Reliability of gears: Determination of statistically validated material strength numbers. *Gear Solutions*. 2020; 17(2): 27-37. ISSN 1933-7507.
- Zheng F. Investigation on the wear of spur gears generated by modified cutter. *Friction*. 2021; 9(2): 288–300. DOI <https://doi.org/10.1007/s40544-019-0337-8>.
- Zhou Y, Wang S, Wang L, et al. CNC milling of face gears with a novel geometric analysis. *Mech Mach Theory*. 2019;139: 46–65. DOI <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2019.04.009>.
- Crocco D, De Agostinis M, Olmi G, et al. Practical approach to gear design and lubrication. *Lubricants*. 2020; 8(9), 1-21. ISSN 2075-4442. DOI <https://doi.org/10.3390/lubricants8090084>
- Sagrado N, Dobler A, Tobie T, et al. Development of an oil free water-based lubricant for gear applications. *Lubricants*. 2019; 7(4): 2-11. <https://doi.org/10.3390/lubricants7040033>.
- Langlois P; Al B. Asymmetric cylindrical gears. In: 2020 JSAE Annual Congress; Pacific Yokohama, Japan; JSAE; 2020. [citado 14 de febrero 2021] Disponible en: https://www.smartmt.com/wp-content/uploads/Asymmetric-Cylindrical-Gears_JSAE-Annual-Congress-May-2020.pdf

9. Azemi F, Mehmeti X, Maloku B. The importance of CAD/CAE systems in development of product design and process of optimization. In: UBT 7th Annual International Conference; Durres, Albania; University for Business and technology (UBT); 2018. [citado 14 de febrero 2021] Disponible en: <https://knowledgecenter.ubt-uni.net/conference/2018/all-events/344/>
10. Mahiddni B, Chettibi T, Benfriha K, et al. Optimum design of a spur gear using a two-level optimization approach. *Mechanika*. 2019; 25 (4): 304–312. <https://doi.org/10.5755/j01.mech.25.4.18994>
11. Zhang X, Eben Li S, Peng H. Efficient exhaustive search of power-split hybrid powertrains with multiple planetary gears and clutches. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*. 2015;137(12): 121006 DOI <https://doi.org/10.1115/1.4031533>
12. Gonzalez Rey G. An Optimized Approach to Straight Bevel Gear Design. *Gear solutions*. 2004;2(9): 40–47.
13. Niemann G, Hohn BR, Winter H. *Maschinenelemente. Band 2: Getriebe allgemein, Zahnradgetriebe Grundlagen, Stirnradgetriebe*. Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH; 2003.

Conflicto de intereses

Los autores declaran que no existen conflictos de intereses

Contribución de los autores

Christopher Edgar Falcón Anaya. <https://orcid.org/0000-0002-5865-2162>

Participó en la búsqueda de información sobre el mecanismo de fallo por picadura y formulaciones matemáticas para la generación del Excel base de la evaluación del procedimiento de síntesis racional, en la obtención de los resultados derivados de la ejecución del procedimiento de síntesis racional, análisis de los resultados y validación de resultados, también participó en la escritura y revisión crítica del contenido del reporte técnico, así como en la redacción y aprobación del informe final.

Gonzalo González Rey. <https://orcid.org/0000-0002-7091-5586>

Participó en la generación del modelo matemático y desarrollo del procedimiento de síntesis racional, análisis de los resultados y en la escritura y revisión crítica del contenido del reporte técnico, así como en la redacción y aprobación del informe final.