



**MODELADO POR MEDIO DE ELEMENTO FINITO DE  
ADHESIVOS ESTRUCTURALES EXPANDIBLES  
UTILIZADOS EN CARROCERÍAS DE AUTOMÓVILES**

**TESIS**

PARA OBTENER EL GRADO DE

**MAESTRO EN  
MANUFACTURA AVANZADA**

PRESENTA

**ING. MANUEL ALEJANDRO TAPIA ROMERO  
ASESORA: DRA. MARIAMNE DEHONOR GÓMEZ**

TOLUCA, ESTADO DE MÉXICO, DICIEMBRE, 2020.

## **AGRADECIMIENTOS**

Quiero agradecer al CIATEQ por haber proporcionado los recursos para medir las propiedades viscoelásticas de los adhesivos estructurales en sus instalaciones.

# CARTA DE LIBERACIÓN DEL ASESOR



Lerma, Estado de México, 26 de Octubre del 2020.

Mtro. Geovany González Carlos  
Coordinador Académico de Posgrado  
CIATEQ, A.C.

Los abajo firmantes, miembros del Comité Tutorial del Ing. Manuel Alejandro Tapia Romero, una vez revisado su Proyecto Terminal de tesis/tesina, titulado "Modelado por medio de elemento finito de adhesivos estructurales expandibles utilizados en carrocerías de automóviles" autorizamos que el citado trabajo sea presentado por el alumno para su revisión, con el fin de alcanzar el grado de Maestro en Manufactura Avanzada.

Sin otro particular por el momento, agradecemos la atención prestada.

Firma

Dra. Mariamne Dehonor Gómez

# CARTA DE LIBERACIÓN DEL REVISOR



Lerma, México a 17 de noviembre del 2020.

Dra. María Guadalupe Navarro Rojero  
Directora de Posgrado  
CIATEQ, A.C.

Por medio de la presente me dirijo a usted en calidad de Revisor del proyecto terminal del (la) alumno Manuel Alejandro Tapia Romero, cuyo título es:

**"MODELADO POR MEDIO DE ELEMENTO FINITO DE ADHESIVOS ESTRUCTURALES EXPANDIBLES  
UTILIZADOS EN CARROCERIAS DE AUTOMOVILES"**

Después de haberlo leído, corregido e intercambiado información con el alumno, y realizado los cambios que le fueron sugeridos, puede ser autorizada su impresión, a fin de que se inicien los trámites correspondientes para su defensa.

Sin otro particular por el momento, y en espera de que mis sugerencias sean tomadas en cuenta en beneficio del estudiante y la Institución, agradezco la atención prestada.

Atentamente,

Firma

Dra. Georgina Montes de Oca Ramírez

"2020, Año de Leonor Vicario, Benemérita Madre de la Patria"

Lerma, Edo. de Méx.

+52 (722) 262-0750

| 800 800 3298

| [mi@ciateq.mx](mailto:mi@ciateq.mx)

[www.ciateq.mx](http://www.ciateq.mx)

## RESUMEN

En diseño del producto es importante escoger el material correcto para una aplicación específica. El comportamiento viscoelástico nos muestra qué tanto la energía de un material se puede disipar en su estructura interna, como devolverla a sus alrededores. La propiedad que describe la disipación de energía de los materiales es el módulo complejo  $G^*$ , que es una cantidad compleja que se puede separar en una parte real y una imaginaria, llamadas  $G'$  módulo de almacenamiento y  $iG''$  módulo de pérdida respectivamente. Estas propiedades pueden ser medidas experimentalmente de una pequeña muestra de material aplicando Análisis Mecánico Dinámico (DMA). En el proceso de diseño de un producto existen las validaciones computacionales y las validaciones físicas, por lo que existe la necesidad de mejorar los estudios computacionales mediante el entendimiento de la física de cada componente. Las características viscoelásticas de los materiales se pueden representar por Series de Prony, también conocidas como el módulo de relajación en función del tiempo. El módulo de relajación se puede definir en la mayoría de los paquetes de Software para Ingeniería Asistida por Computadora (CAE). En este artículo se explicará el procedimiento para calcular las Series de Prony de datos obtenidos con DMA.

**Palabras clave:** Serie de Prony, Viscoelasticidad, Módulo complejo, Módulo de almacenamiento, Módulo de pérdida, DMA.

## ABSTRACT

In product design is important to choose the correct material for a specific application. Viscoelastic behavior let us know how much energy the material can dissipate on its internal structure or either return it to the surroundings, and the property that describe this is the Complex Modulus  $G^*$ , it is a complex quantity that can be separated in a real and an imaginary part called  $G'$  storage modulus and  $iG''$  loss modulus respectively. These properties can be measured experimentally from a small material sample easily by performing Dynamical Mechanical Analysis (DMA). In Product Design process there are both, computational and physical validations and there is the need of improving computational studies by understanding the physics of each component. Viscoelastic characteristics of materials can be represented by Prony series, also known as relaxation modulus in function of time. Relaxation modulus can be defined in most of Computer Aided Engineering (CAE) Software. In this article the procedure for calculating Prony Series from DMA data will be explained.

**Keywords:** Prony series, Viscoelasticity, Complex modulus, Storage modulus, Loss modulus, DMA.

## ÍNDICE DE CONTENIDO

RESUMEN.....	iv
ABSTRACT .....	v
ÍNDICE DE FIGURAS .....	viii
ÍNDICE DE TABLAS.....	ix
GLOSARIO .....	x
CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN .....	1
1.1 ANTECEDENTES .....	1
1.1.1 Componentes de carrocerías y su funcionamiento.....	1
1.2 DEFINICIÓN EL PROBLEMA .....	3
1.2.1 Mecanismo de falla de los componentes de carrocerías .....	3
1.2.2 Fenómeno de fatiga de materiales .....	4
1.2.3 Materiales utilizados en la manufactura de componentes de carrocerías.....	5
1.3 JUSTIFICACIÓN .....	10
1.3.1 Adhesivos estructurales expandibles como solución a problemas de durabilidad.....	10
1.3.2 Importancia de la predicción del comportamiento viscoelástico de un adhesivo estructural en ingeniería.....	16
1.4 OBJETIVO GENERAL .....	16
1.4.1 Objetivos específicos.....	16
1.5 HIPÓTESIS .....	17
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO .....	18
2.1 COMPORTAMIENTO VISCOELÁSTICO DE LOS ADHESIVOS Y SU MODELO MATEMÁTICO.....	18
2.1.1 Ley esfuerzo-deformación tipo relajación.....	21
2.1.2 Ley esfuerzo-deformación tipo fluencia.....	21
2.2 MODELOS MATEMÁTICOS DE EXPERIMENTOS DINÁMICOS O PERIÓDICOS.....	23
2.2.1 Propiedades viscoelásticas de los materiales: Módulo complejo y Fluencia compleja .....	24
2.3 MODELADO CON ELEMENTOS DE MAXWELL Y DE VOIGT.....	26
2.3.1 Espectro de Relajación discreto .....	27
2.3.2 Espectro de fluencia discreto .....	27
2.3.3 Espectro de relajación continuo .....	27
2.3.4 Espectro de fluencia continuo.....	28
CAPÍTULO 3. PROCEDIMIENTO .....	30
3.1 OBTENCIÓN DE PROPIEDADES VISCOELÁSTICAS DEL ADHESIVO .....	30

3.1.1 Análisis Dinámico Mecánico: DMA .....	31
3.1.2 Modelado computacional de adhesivos .....	36
4. RESULTADOS .....	41
4.1 ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	41
4.2 TRADUCCIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS AL SOFTWARE DE CAE .....	46
CONCLUSIONES.....	50
APORTACIÓN DE LA TESIS.....	51
APORTACIÓN SOCIAL DE LA TESIS .....	52
RECOMENDACIONES.....	53
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	54



## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 Pilares A, B y C en un vehículo hatchback .....	2
Fuente: elaboración propia. ....	2
Figura 1.2 Curva esfuerzo-deformación para aceros al carbono, HSLA y aceros de fase dual [3]. ....	8
Figura 1.3 Ilustración de planilla de adhesivos estructurales. ....	11
Fuente: elaboración propia. ....	11
Figura 1.4 Ilustración de adhesivo estructural antes del proceso de expansión [25]. ...	12
Figura 1.5 Ilustración de adhesivo estructural después del proceso de expansión, rellenando la sección hueca entre ambos componentes metálicos [25]. ....	12
Figura 1.6a Ilustraciones de gotas con buena capacidad de mojar superficie y con mala capacidad de mojar superficie respectivamente [5]. ....	15
Figura 1.6b Ilustración de variables de la ecuación de Young [5]. ....	15
Figura 2.1 Respuesta de materiales a esfuerzos con respecto al tiempo: a) caso elástico. b) caso viscoso. c) caso viscoelástico. ....	19
Fuente: elaboración propia. ....	19
Figura 2.2 Respuesta del material ante un esfuerzo senoidal. a) material perfectamente elástico. b) material viscoelástico [25]. ....	20
Figura 2.3 Representación de una discontinuidad en forma de salto en <i>eij</i> [6]. ....	22
Figura 2.4 Elementos de Maxwell y de Voigt. ....	26
Fuente: elaboración propia. ....	26
Figura 3.1 Interpretación física del módulo de almacenamiento y del módulo de pérdida [7]. ....	32
Figura 3.2 Gráfica de la carga aplicada, superpuesta con la gráfica del desplazamiento del material [7]. ....	33
Figura 3.3 Relación entre $E'$ , $E''$ y $\tan \delta$ vs. Temperatura [10]. ....	34
Figura 3.4 Dispositivo de Perkin-Elmer para realizar DMA [7] .....	35
Figura 3.5 Sistemas de medición intercambiables [8] .....	35
Figura 3.6 Representación gráfica de parámetros obtenidos con DMA [7]. ....	36
Figura 4.1 Ejemplo de barrido de frecuencias [25]. ....	42
Figura 4.2 Aproximación de la curva de módulo de almacenamiento a los datos obtenidos con DMA [25]. ....	43
Figura 4.3 módulo de relajación $G(t)$ en función del tiempo [25]. ....	44
Figura 4.4. Componentes del tensor de esfuerzos [25]. ....	46

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1 Designación de sistemas de aleaciones de aluminio [3]. .....	9
Tabla 4.1 Datos obtenidos con DMA [25].....	41
Tabla 4.2. Cálculo del error entre los valores medidos con DMA contra los valores calculados con la función ajustada $G'(\omega)$ (ecuación 4.2) [25]. .....	45
Tabla 4.3. Input de los Coeficientes adimensionales de la serie de Prony en .....	48
Abaqus® [25] .....	48

## GLOSARIO

$\gamma$ - Deformación por esfuerzo cortante.

$\dot{\gamma}$ - Velocidad de deformación.

$\gamma^*$ - Deformación compleja

$\gamma^0$ - Máxima amplitud de deformación en un experimento periódico.

$\gamma_{LV}$ - Tensión superficial líquido-vapor.

$\gamma_{SV}$ - Tensión superficial de la interfase sólido-vapor

$\gamma_{SL}$ - Tensión superficial de la interfase sólido-líquido

$\delta$ - Ángulo de desfase entre las curvas de esfuerzo y deformación para un experimento periódico, proporciona información que el material disipa en su estructura interna.

$\varepsilon$ - Deformación por esfuerzo normal.

$\eta$ - Viscosidad.

$\eta^*$ -Viscosidad compleja.

$\sigma$ - Esfuerzo normal.

$\sigma_{ij}$ - Tensor de esfuerzos.

$\sigma^*$ - Esfuerzo complejo

$\tau$ - Esfuerzo cortante.

$\theta$ - Ángulo de contacto entre una gota de adhesivo y la superficie en la que se encuentra.

$\omega$ - Frecuencia

**CAE** - Computer Aided Design (Diseño asistido por computadora).

**DMA**- Dynamical Mechanical Analysis (Análisis Dinámico Mecánico).

**E**- Módulo de Young (tensión).

**E\***- Módulo complejo (esfuerzo normal).

**E'**- Módulo de almacenamiento (esfuerzo normal).

**E''**- Módulo de pérdida (esfuerzo normal).

$e_{ij}$ - Tensor de deformaciones.

**G**- Módulo cortante.

$G_{ijkl}$ - Función tensorial de relajación del material.

**G\***- Módulo complejo.

**G'**- Módulo de almacenamiento.

**G''**- Módulo de pérdida.

**G(t)**-Módulo de relajación de esfuerzos en función del tiempo.

**H**- Espectro de relajación continuo.

**HSLA**- High-Strength Low-Alloy (Terminología de aceros).

**HTS**- High Tensile Strength (Expresión usada para aceros de alta resistencia).

**J<sub>ijkl</sub>**- Función tensorial de fluencia del material.

**J\***- Complianza compleja.

**L**- Espectro de retraso continuo.

**Tanδ**- Conocido como "Tan delta" es el factor de amortiguamiento de un material, también se le conoce como fricción interna.

**u<sub>i</sub>**- Campo de desplazamientos infinitesimal.

**v<sub>i</sub>**- Campo de velocidades infinitesimal.

**x<sub>i</sub>**- Vector de posición.

# **CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN**

## **1.1 ANTECEDENTES**

La carrocería Automotriz se somete a diferentes tipos de solicitaciones debido al uso que se le da. La mayoría de estas solicitaciones son esfuerzos cíclicos a lo largo de la vida del producto, algunos ejemplos son: las fuerzas que ejercen los amortiguadores en su estructura, el abrir y cerrar de las puertas, la torsión de la estructura durante la conducción, etc. La carrocería se compone de elementos metálicos estampados, estos pueden ser de acero o de aluminio soldados entre sí. En ocasiones para complementar la estructura y evitar concentración de esfuerzos en las láminas metálicas, se agregan adhesivos estructurales que rellenan las cavidades entre las láminas como se expondrá más tarde en este trabajo. El objetivo de estos adhesivos es disipar energía en su estructura interna así como brindar soporte a la estructura metálica. Por su naturaleza polimérica, estos adhesivos tienen un comportamiento viscoelástico y es de gran interés en ingeniería mejorar el modelado computacional para predecir el comportamiento de estos por medio de análisis por elemento finito.

### **1.1.1 Componentes de carrocerías y su funcionamiento**

La carrocería automotriz se divide en varias zonas con diferentes características.

Primero está el compartimento del motor, que es una zona para la cual la deformación programada es muy importante por cuestiones de seguridad para los ocupantes, en esta zona se busca disipar la mayor cantidad de energía posible durante un impacto frontal [9], esto se logra con la deformación de los componentes frontales. Los componentes se van volviendo cada vez más rígidos conforme se acercan a la zona de la cabina, esto con el objetivo de evitar la deformación o la intrusión de cualquier objeto a la misma. Para lograr esto, se utilizan aceros con diferentes resistencias y diferentes espesores para programar el comportamiento deseado.

Las zonas de piso frontal y piso trasero deben estar muy reforzadas con travesaños longitudinales y transversales con el objetivo de resistir impactos frontales, laterales, traseros con muy poco desplazamiento de los componentes para mantener la cabina lo menos deformada posible y proteger a los ocupantes. La mayoría de estos travesaños están manufacturados a partir de aceros de alta resistencia.

La zona de la carrocería superior está compuesta por los pilares A, B, C, como se ilustra en la Figura 1.1, la zona lateral estructural del tablero, el panel exterior lateral de la carrocería, y el techo con sus travesaños deben estar estructurados de igual manera para resistir impactos frontales, laterales, traseros y volcaduras. En este tipo de ensambles, los adhesivos estructurales son utilizados para rellenar secciones huecas, brindando mayor rigidez a la estructura.

Por último, están las partes de cubierta como son las puertas laterales, puertas traseras en el caso de los hatchbacks, cajuelas en el caso de los sedanes, los cofres y las tapas de gasolina. Estas partes, que se someten a numerosos impactos por la naturaleza de su funcionamiento durante la apertura y cierre de las mismas, son las que tienen requerimientos más agresivos de durabilidad. El uso de adhesivos estructurales es muy común en este tipo de ensambles como contramedidas a problemas con la durabilidad de los mismos.



**Figura 1.1 Pilares A, B y C en un vehículo hatchback**  
**Fuente: elaboración propia.**

## **1.2 DEFINICIÓN EL PROBLEMA**

El mecanismo que provoca la falla (agrietamientos en láminas metálicas) de los componentes de carrocerías es el mismo que provoca fallas en todo dispositivo sometido a una carga cíclica: la fatiga. Al aplicar adhesivos estructurales, se busca incrementar el área en la que se distribuye el esfuerzo y también que el adhesivo disipe energía en su estructura interna por medio de su comportamiento viscoelástico. A continuación se explicará el fenómeno de fatiga, así como el tipo de materiales usados en la manufactura de los componentes de carrocería.

### **1.2.1 Mecanismo de falla de los componentes de carrocerías**

En el caso de los componentes que tienen una función estructural relacionada con la seguridad del pasajero durante un impacto, el mecanismo de falla puede ser que el ensamble no cumpla con los requerimientos de absorción de energía por medio de la deformación de su estructura, o bien que estos excedan el esfuerzo de cedencia, presentando deformación permanente o inclusive se fracturen por completo. En el caso de este tipo de fallas los adhesivos estructurales se utilizan para rellenar secciones huecas brindando mayor rigidez a la estructura, el adhesivo expandible endurecido evitará el desplazamiento libre de las láminas, lo que resultará en una menor concentración de esfuerzos en los paneles metálicos ya que hay energía que está siendo disipada en la estructura interna de los adhesivos.

En el caso de las partes de cubierta como puertas, cofres, cajuelas, etc., el principal mecanismo de falla es la durabilidad durante su uso cotidiano, esto es por los impactos que se producen en las zonas que golpean directamente los sellos hechos normalmente de monómero de etileno-propileno-dieno EPDM (por sus siglas en inglés, que es un material suave, pero aun así se producen esfuerzos considerables como resultado de estos impactos. Cabe mencionar que no sólo estas zonas se ven afectadas, también la estructura completa de las partes de cubierta está sometida a cargas inerciales durante estos impactos que además son de naturaleza cíclica por el uso de estos componentes. Las vibraciones pueden llegar a afectar la integridad de las partes cuando existe una geometría concentradora de esfuerzos, siempre que haya presencia de esfuerzos cíclicos existirá el riesgo de fatiga y los

adhesivos estructurales se usan para evitar que las partes se fracturen antes de cierto número de aperturas y cierres establecido por estudios de mercado.

### **1.2.2 Fenómeno de fatiga de materiales**

La fatiga es un fenómeno que era casi desconocido hasta principios del siglo veinte, esto debido a la falta de tecnología en microscopía de alta resolución, por lo que era imposible observar los cambios en la microestructura de los materiales.

Todos los metales y aleaciones usados para la manufactura de componentes automotrices exhiben cambios microestructurales y propagación de grietas durante su vida de servicio.

Han existido varios métodos de predicción de daño por fatiga, pero en su mayoría han sido modelos empíricos, aunque en los últimos cien años se han hecho progresos significativos debido a la caracterización de alta resolución de los materiales y los métodos de simulación numérica.

La situación se torna aún más compleja cuando al daño por fatiga se superponen los efectos ambientales dependientes del tiempo. A temperaturas elevadas la difusión de interfaces de elementos corrosivos se vuelve suficientemente rápida para reducir la cohesión del límite de grano, provocando la propagación de fracturas intergranulares. Cuando esfuerzos de tensión elevados actúan en el límite de grano, se le conoce como fragilización dinámica y es un mecanismo común de falla [1].

El daño por fatiga es dependiente de las características de la microestructura, como el tamaño y la geometría de los granos, la orientación cristalográfica y la estructura del límite de grano.

Una de las herramientas utilizadas hoy en día para la estimación de la fatiga en los metales y aleaciones son los diagramas de Wöhler (S-N), en los cuales se representa gráficamente la amplitud del esfuerzo aplicado contra el número de ciclos requeridos para que el material se fracture.



Si se compara la falla de una probeta de material dúctil durante un ensayo de tracción contra la falla de otra probeta del mismo material durante una prueba de fatiga, puede notarse que, en el caso del ensayo de tracción, existe la formación de un cuello en el espécimen antes de la fractura; sin embargo, en el caso de la prueba de fatiga la fractura ocurre de manera repentina, sin ningún indicio macroscópico de que la falla ocurriría.

Cuando se aplica un esfuerzo cíclico en los aceros se puede presentar endurecimiento debido al movimiento irreversible de dislocaciones las cuales se acumulan y bloquean el deslizamiento; también se puede presentar ablandamiento debido a la formación de bandas de Lüders [1].

Otra característica de la fatiga es que las fracturas se dan aunque los esfuerzos aplicados estén por debajo del esfuerzo de cedencia; esto se debe a las imperfecciones en el material como la rugosidad de la superficie, muescas, poros, inclusiones y segregación de elementos aleantes. Estas imperfecciones pueden actuar como concentradores de esfuerzos en los cuales localmente se excede el esfuerzo de cedencia a nivel microscópico, lo cual provoca deslizamiento plástico de planos y movimiento de dislocaciones, que a nivel macroscópico se convertirán en grietas en el material.

### **1.2.3 Materiales utilizados en la manufactura de componentes de carrocerías**

Los materiales utilizados en la manufactura de la carrocería son principalmente aceros y aleaciones de aluminio. Estos materiales tienen una variedad amplia de propiedades con las cuales se satisfacen las distintas necesidades de cada componente de la carrocería como se mencionó en la sección 1.1.1, A continuación se discuten brevemente estas características y su uso. Adicionalmente, también se explicarán los adhesivos estructurales porque se colocan en los componentes metálicos de las carrocerías antes de entrar al proceso de horneado durante la aplicación de pintura, con el objetivo de que curen con la temperatura.

El primer gran grupo de materiales es el de los aceros. En el diagrama de fases hierro-carbono se muestra que toda composición hierro-carbono con menos de 2.11% de carbono pasa por la región de austenita cuando se le enfría desde el estado líquido hasta la temperatura ambiente, las aleaciones en este intervalo se conocen como aceros.

La mayoría de los aceros al carbono contienen menos del 1.0 % de contenido de carbono y las cantidades que se producen industrialmente en mayor cantidad van desde 0.2% hasta 0.3% de carbono [2].

Dentro del grupo de los aceros, existe un subgrupo en el que se encuentran los aceros de alta resistencia, las partes que tienen que cumplir requerimientos relacionados con la seguridad del conductor y pasajeros son comúnmente manufacturadas con aceros de alta resistencia, un ejemplo puede ser el pilar B (ver figura 1.1) que tiene que resistir un impacto lateral sin presentar una intrusión considerable a la cabina; otro ejemplo el pilar A, en donde los componentes tienen que ser capaces de resistir impacto frontal, impacto lateral o una volcadura.

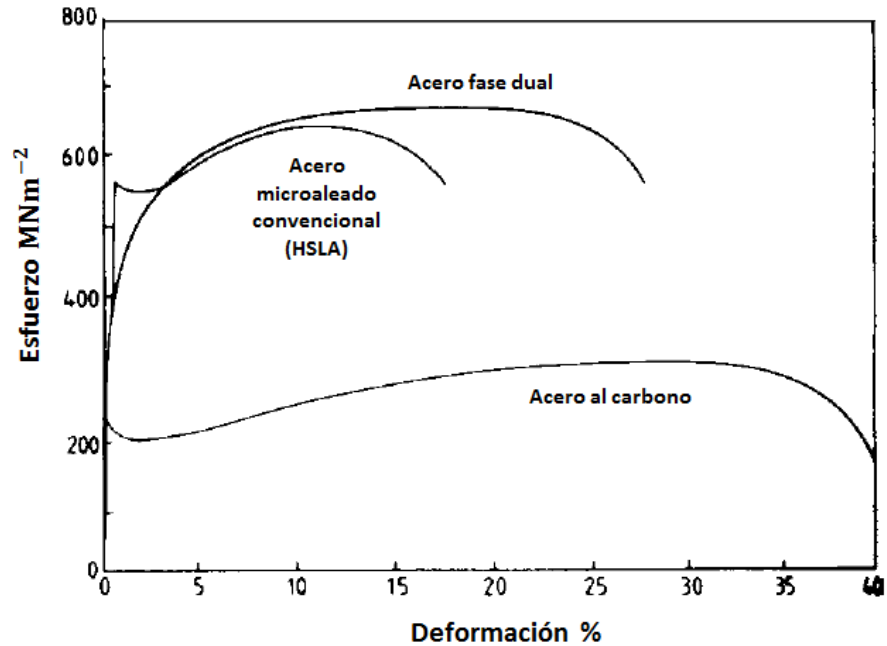
Mientras más estructural sea la función de una parte se utiliza un acero de mayor resistencia; también por cuestiones de reducción de masa, la tendencia es reducir los espesores de las láminas de las cuales se fabrican los componentes y esta reducción de espesor se compensa con el incremento en la resistencia de los aceros HTS "High Tensile Strength". Otra práctica común es utilizar láminas de espesor variable, para manufacturarlas se unen láminas de espesores diferentes y en ocasiones propiedades diferentes por medio de soldadura láser también conocida como tailor-weld, una vez obtenida la lámina con los espesores distintos la parte es estampada, esto se hace para utilizar una menor cantidad de refuerzos teniendo propiedades localizadas dependiendo de la zona del componente.

Los aceros de alta resistencia típicos son los aceros microaleados, conocidos como HSLA por sus siglas en inglés High-Strength Low-Alloy y se dividen en: aceros microaleados rolados en caliente: estos tienen un esfuerzo de cedencia entre 350 y

740 MPa. Los aceros microaleados rodados en frío: tienen un esfuerzo de cedencia entre 350 y 500 MPa. Los aceros microaleados rodados en frío galvanizados por inmersión en caliente: tienen un punto de cedencia entre 350 y 500 MPa. Los aceros de fase dual rodados en frío: tienen un esfuerzo de cedencia entre 600 y 1000 MPa. Los aceros con valores más altos de resistencia a la tensión utilizados son los de 1180 MPa [3].

Otro subgrupo que existe dentro de los aceros es el de los aceros con alto porcentaje de elongación. Los aceros utilizados en los paneles exteriores tienen criterios de evaluación de apariencia bastante exigentes, son aceros con un porcentaje de elongación alto debido a que la mayoría de las superficies clase A se someten a un proceso de estampado profundo para lograr la apariencia deseada.

Los aceros con alto porcentaje de elongación son los de fase dual [3], estos aceros tienen mejor resistencia y mantienen una buena ductilidad por el refinamiento del tamaño de grano, además de que se le agregan soluciones sólidas de Si, P, Mn y se solidifican por precipitación de carburos de V, Nb o Ti. Los aceros microaleados convencionalmente tratados tendrían un esfuerzo de cedencia de 550 MPa, resistencia a la tensión de 620 MPa y una elongación total de alrededor de 18%. En años recientes, se ha encontrado una relación mejorada de resistencia-ductilidad para los aceros microaleados de bajo carbono enfriados rápidamente desde una temperatura de recocido a la cual el acero consiste en una mezcla de ferrita y austenita. Estos aceros tienen una microestructura que contiene principalmente ferrita de grano fino de bajo carbono intermezclada con fragmentos de martensita fina y por esto son conocidos como aceros de fase dual. Las propiedades típicas de este grupo de aceros son una resistencia a la tensión de 620 MPa, un esfuerzo de cedencia convencional al 0.2% de 380MPa y un esfuerzo de cedencia convencional al 3% de 480MPa con una elongación total de aproximadamente 28%, como se puede observar en la figura 1.2.



**Figura 1.2 Curva esfuerzo-deformación para aceros al carbono, HSLA y aceros de fase dual [3].**

Los avances logrados en ciencia de materiales del último siglo han ofrecido una amplia gama de propiedades mecánicas y físicas de dónde escoger para el desarrollo de cada componente de la carrocería del automóvil.

Los requerimientos buscados por los ingenieros de diseño siempre han sido: la resistencia del material para lograr el buen desempeño de las partes, tanto en el caso estático como en el caso dinámico. Otras propiedades de interés son el módulo de elasticidad que gobierna la rigidez del material, la formabilidad y el endurecimiento por trabajo en frío [3].

Las aleaciones de aluminio también son utilizadas en el estampado de partes de carrocerías, que normalmente se usan para reducir el peso de los componentes.

La parte que más comúnmente se manufactura de aleación de aluminio son los cofres; esto es porque el cofre no es una parte que deba cumplir con requerimientos de alta resistencia en caso de colisión del vehículo, pero sí impactos de menor magnitud como el abrir y cerrar del mismo (la apertura y cierre de cofres no es tan frecuente como la apertura y cierre de las puertas). Cuando se utiliza aluminio en los

cofres la reducción de peso es alrededor del 40% comparado con uno de acero. El módulo del aluminio es un tercio del módulo del acero, por lo que la estructura de las partes debe ser buena para mantener una rigidez aceptable.

En el caso de otros componentes de carrocería de aluminio el problema que se presenta es el método de fijación, puesto que el aluminio no se puede soldar a los elementos de acero que lo rodean. Los métodos de fijación alternativos son el uso de remaches, tornillos y en raras ocasiones adhesivos.

Las aleaciones de aluminio se identifican con un sistema de 4 dígitos basado en el elemento principal: el primer dígito identifica el grupo de la aleación, el segundo dígito identifica cualquier modificación hecha a la aleación original, la cual se identifica por los últimos dos dígitos [3].

Las aleaciones de aluminio utilizadas comúnmente en la manufactura de carrocerías son las de las series 2XXX, 5XXX y 6XXX [3] en la Tabla 1.1 se puede observar esta nomenclatura.

Tabla 1.1 Designación de sistemas de aleaciones de aluminio [3].

<b>Designación de sistemas de aleaciones de aluminio.</b>	
<b>Aleaciones</b>	<b>Designación</b>
99.00% (min.) aluminio	1XXX
Cobre	2XXX
Manganeso	3XXX
Silicio	4XXX
Magnesio	5XXX
Magnesio y Silicio	6XXX
Zinc	7XXX
Otros	8XXX

### **1.3 JUSTIFICACIÓN**

La importancia de este trabajo reside en que no hay un método estandarizado para modelar computacionalmente el comportamiento viscoelástico de los adhesivos estructurales. En este trabajo se propone definir el módulo de relajación en función del tiempo, también conocido como Serie de Prony, con la cual se describe la relajación de esfuerzos que tiene un material ante una sollicitación. La determinación de la serie de Prony para un adhesivo estructural se discutirá posteriormente en este trabajo para después mostrar como ingresar esta información en software de paquetería de CAE (Computer Aided Engineering).

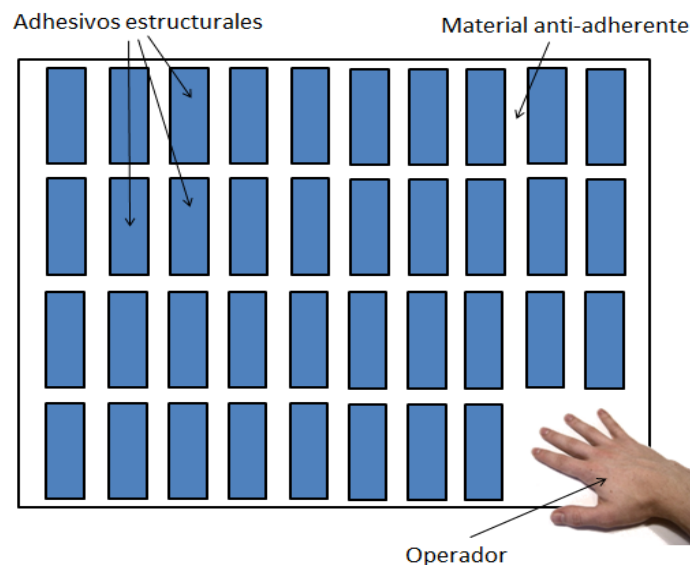
#### **1.3.1 Adhesivos estructurales expandibles como solución a problemas de durabilidad**

En este trabajo se le llama adhesivo a cualquier material que se adhiera a una superficie, sin necesidad de que este material sea utilizado para unir dos objetos.

Existe una clase de adhesivos estructurales que contienen sustancias que al experimentar un incremento de temperatura cambian de su estado sólido o líquido a gaseoso, lo que genera burbujas en el adhesivo y por lo tanto un incremento de volumen. A esto se le conoce como mecanismo de expansión y tiene mucha utilidad en la industria automotriz, puesto que los adhesivos se colocan en las partes metálicas antes de entrar al proceso de horneado en la etapa de pintura para que se expandan dentro del horno. La forma de los adhesivos se diseña de tal manera que sean capaces de rellenar una cavidad determinada, o de cubrir cierta área deseada.

Al rellenar una sección cerrada con adhesivos estructurales, la estructura se vuelve más resistente ante un impacto puesto que algún porcentaje de la energía será disipado en la estructura del adhesivo, brindando soporte a las láminas de los componentes de carrocería.

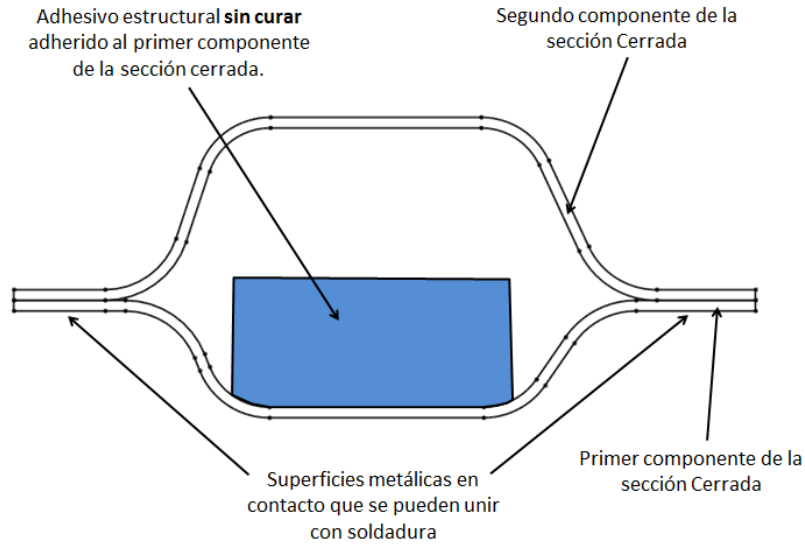
La forma en que los adhesivos estructurales son entregados a las armadoras de autos por los proveedores de adhesivos es en planillas como se muestra en la Figura 1.3, que pueden ser de papel, plástico o cualquier material anti-adherente. En las planillas vienen los adhesivos previamente recortados al tamaño y forma deseados. En esta etapa los adhesivos se encuentran sin curar, por lo que aún es un material suave que se puede amoldar a superficies curvas y que debe ser capaz de permanecer adherido al componente metálico durante el curado en el horno de pintura. La instalación comúnmente es manual, realizada por un operador que toma el adhesivo de la planilla y lo coloca en la parte de la carrocería.



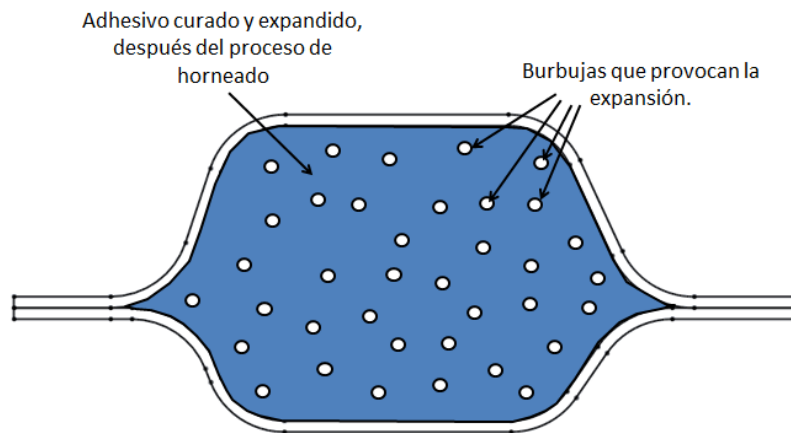
**Figura 1.3 Ilustración de planilla de adhesivos estructurales.**  
**Fuente: elaboración propia.**

La secuencia de ensamble común para los adhesivos estructurales es la siguiente, primero se toma el adhesivo sin curar de la planilla de material anti-adherente, después se adhiere en el primer componente de la sección cerrada como se muestra en la Figura 1.4, en seguida se coloca el segundo componente de la sección cerrada en el cual las superficies metálicas en contacto pueden ser unidas por puntos o cordones de soldadura, posteriormente este sub-ensamble podrá ensamblarse en la carrocería completa y cuando esta pase por el proceso de horneado de las diferentes etapas de pintura el adhesivo desprenderá gases debido al aumento de temperatura, lo que generará las burbujas que causarán la

expansión, rellenando la sección de material endurecido por completo al final del proceso de horneado como se muestra en la Figura 1.5.



**Figura 1.4 Ilustración de adhesivo estructural antes del proceso de expansión [25].**



**Figura 1.5 Ilustración de adhesivo estructural después del proceso de expansión, rellenando la sección hueca entre ambos componentes metálicos [25].**

En este trabajo solo se abordarán los adhesivos de tipo estructural. Una unión estructural es aquella que resiste un esfuerzo cortante superior a los 7MPa [4],



además de que no se ve afectada con el paso del tiempo de una manera considerable [5].

La adherencia es un fenómeno en el cual dos cuerpos se mantienen juntos. Los esfuerzos provocados por la adherencia están distribuidos uniformemente en toda la superficie de contacto, lo cual es conveniente para disminuir la concentración de esfuerzos en comparación con la unión que se obtiene con tornillos o puntos de soldadura en los cuales el área es muy pequeña.

El fenómeno de adherencia puede ser provocado por causas de diversos tipos como se describe a continuación [4]:

**Mecánicos:** La adherencia ocurre por la penetración del adhesivo en los poros de la superficie del sustrato. El adhesivo debe desplazar el aire atrapado en la interfaz. Por lo regular, cuando se emplean adhesivos se preparan las superficies de tal manera que se tenga un buen perfil de anclaje, al provocar una mayor rugosidad, es muy posible que se mejore considerablemente la adherencia. Cabe mencionar que no siempre es necesario preparar la superficie.

**Electrostáticos:** En estos casos la adherencia ocurre por los efectos electrostáticos entre el adhesivo y el sustrato, con esto se refiere a la transferencia de electrones entre ambos como resultado de las estructuras de sus bandas electrónicas distintas. Las fuerzas electrostáticas de esta manera forman una doble capa eléctrica en la interfaz adhesivo-sustrato, Esta teoría obtiene su sustento también a partir del hecho de que se han notado descargas eléctricas cuando un adhesivo es arrancado del sustrato.

**Difusivos:** En estos casos la difusión se debe a que hay difusión de moléculas entre el adhesivo y el sustrato, la teoría de difusión es aplicable cuando el sustrato y el adhesivo son polímeros, moléculas de largas cadenas capaces de moverse, en este caso se logran interfaces muy delgadas y se minimiza la concentración de esfuerzos ya que no hay discontinuidad entre los materiales.

Químicos: Este tipo de adherencia se atribuye a la formación de un enlace en las fuerzas químicas de superficie, como pueden ser enlaces de hidrógeno, covalentes o iónicos, formados entre los adhesivos y el sustrato.

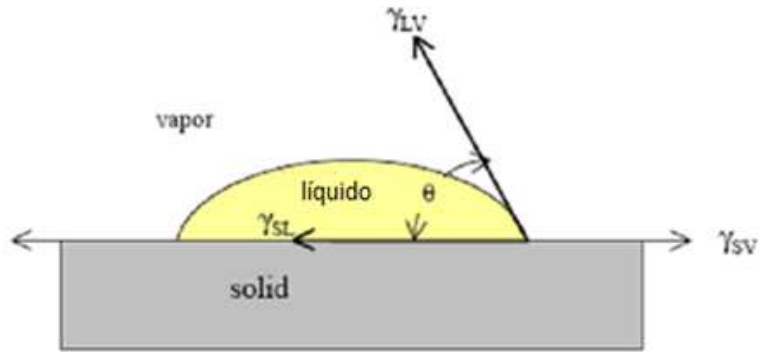
Contacto entre superficies: En este caso la adherencia es causa de contacto entre dos materiales y las fuerzas superficiales que se desarrollan. Se requiere la formación de fuerzas superficiales entre el sustrato y el adhesivo. El contacto continuo entre el adhesivo y el sustrato en el argot de los adhesivos se llama capacidad del adhesivo para mojar al sustrato. Para que un adhesivo moje una superficie sólida, el adhesivo debe tener una tensión superficial menor que la tensión superficial crítica del sólido. Debe tomarse en cuenta que los adhesivos estructurales expandibles al experimentar el incremento de temperatura en el horno también se vuelven más blandos, teniendo un comportamiento parecido al de un líquido, En la Figura 1.6a se muestra la diferencia de una gota de adhesivo con buena capacidad de mojar una superficie y una gota de adhesivo que no moja apropiadamente.

La mayoría de los adhesivos orgánicos mojan bien a los sustratos metálicos, debido a que la tensión superficial de estos es menor que la de los metales.

Los mecanismos de adherencia de los adhesivos estructurales de los que hablaremos en este trabajo son principalmente mecánicos y de superficie de contacto. Las ecuaciones que describen la capacidad de un adhesivo de mojar una superficie se exponen a continuación (ver Figura 1.6b):



**Figura 1.6a Ilustraciones de gotas con buena capacidad de mojar superficie y con mala capacidad de mojar superficie respectivamente [5].**



$$\gamma_{LV} \cos \theta = \gamma_{SV} - \gamma_{SL} \quad \text{(Ecuación de Young)} \quad (1.1)$$

**Figura 1.6b Ilustración de variables de la ecuación de Young [5].**

En donde:

$\gamma_{LV}$  = tensión superficial líquido – vapor.

$\gamma_{SV}$  = tensión en la interfase sólido – vapor.

$\gamma_{SL}$  = tensión en la interfase sólido – líquido.

$\theta$  = ángulo de contacto (ángulo que el líquido hace contra la superficie sólida).

Basados en la ecuación de Young (1.1), para que se dé un mojado completo de la superficie el ángulo  $\theta$  tiene que ser igual a cero, o bien cuando el  $\cos \theta = 1$ .

Por eso se considera que el adhesivo moja la superficie de manera conveniente si se cumplen las siguientes relaciones:

$$\gamma_{LV} = \gamma_{SV} - \gamma_{SL} \quad (1.2)$$

$$\acute{o} \quad \gamma_{LV} \leq \gamma_{SV} \quad (1.3)$$

$$\acute{o} \quad \gamma_{adhesivo} \leq \gamma_{sustrato} \quad (1.4)$$

### **1.3.2 Importancia de la predicci3n del comportamiento viscoel3stico de un adhesivo estructural en ingenier3a**

La importancia de predecir el comportamiento mec3nico de los adhesivos es un factor esencial para el dise1o de carrocer3as y en general el dise1o de cualquier producto que utilice pol3meros en la manufactura de sus componentes. Si no existe la manera de calcular una predicci3n se estar3a haciendo uso del m3todo de prueba y error, sin tener pista alguna de la efectividad de una soluci3n dada a cierto problema, lo que podr3a provocar grandes costos innecesarios en iteraciones de pruebas f3sicas fallidas debido a la falta de un m3todo de c3lculo para referencia.

## **1.4 OBJETIVO GENERAL**

El objetivo general de este trabajo es proponer una metodolog3a para evaluar el desempe1o mec3nico de un adhesivo estructural aplicado en la manufactura de carrocer3as de autom3viles considerando su comportamiento viscoel3stico por medio de la obtenci3n del m3dulo de relajaci3n en funci3n del tiempo.

### **1.4.1 Objetivos espec3ficos**

Como se mencion3 anteriormente, el objetivo general es proponer una metodolog3a para la evaluaci3n de desempe1o de adhesivos estructurales considerando su comportamiento viscoel3stico, esto se pretende lograr con los siguientes objetivos espec3ficos:

- 1) Mostrar el estudio del estado del arte sobre modelado de propiedades viscoelásticas de materiales.
- 2) Proponer un material utilizado en la industria automotriz.
- 3) Caracterizar el material del adhesivo mediante Análisis Mecánico Dinámico (DMA, Dynamical Mechanical Analysis por sus siglas en inglés) haciendo un barrido en el rango de las frecuencias para obtener sus propiedades viscoelásticas: módulo de almacenamiento y módulo de pérdida.
- 4) Graficar las propiedades viscoelásticas obtenidas con DMA: módulo de almacenamiento y módulo de pérdida, ambas en función de la frecuencia.
- 5) Aproximar el modelo matemático de estas propiedades viscoelásticas a las curvas obtenidas con DMA y así obtener los coeficientes de la Serie de Prony del material.
- 6) Mostrar cómo se puede traducir esta información a software de paquetería de elemento finito para un análisis ingenieril.

## **1.5 HIPÓTESIS**

Es posible obtener el módulo de relajación en función del tiempo aproximando un modelo matemático a los datos obtenidos con DMA para calcular los coeficientes de una serie de Prony y así modelar el comportamiento viscoelástico de un material en software de elemento finito.

## CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1 COMPORTAMIENTO VISCOELÁSTICO DE LOS ADHESIVOS Y SU MODELO MATEMÁTICO

Los adhesivos estructurales usados en la industria automotriz tienen un comportamiento viscoelástico por su naturaleza polimérica. A continuación se explicará la definición de viscoelasticidad, empleando comparaciones con los comportamientos más sencillos: el elástico y el viscoso puro, ambos son idealizaciones y no existen en la realidad ya que todos los materiales tienen cierto nivel de viscoelasticidad.

Comportamiento Elástico: Es cuando un material se somete a un esfuerzo y este se deforma proporcionalmente al esfuerzo aplicado, cuando la carga se retira el material regresa a su forma original de inmediato y por completo, como se muestra en la Imagen 2.1 inciso a.

Se representa como se indica en la ecuación 2.1:

$$\tau = G \cdot \gamma \quad (2.1)$$

En donde  $\tau$  es el esfuerzo cortante,  $G$  el módulo cortante y  $\gamma$  la deformación.

También se puede escribir la ecuación 2.2 para el caso del esfuerzo en tensión:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (2.2)$$

En donde  $\sigma$  es el esfuerzo normal,  $E$  el módulo de Young y  $\varepsilon$  es la deformación.

Comportamiento Viscoso: Es característico de los fluidos Newtonianos en el cual un esfuerzo se aplica al material y la velocidad de deformación es proporcional a este esfuerzo. Cuando la fuerza que generó el esfuerzo es retirada, la deformación permanece en el material en su totalidad, como se muestra en la Imagen 2.1 inciso b.

El comportamiento viscoso se representa matemáticamente con la ecuación 2.3:

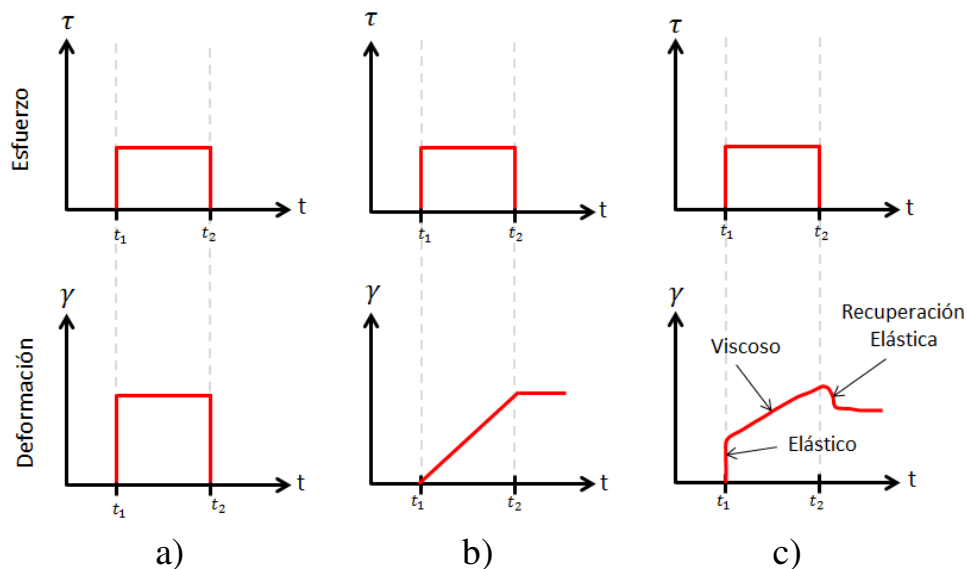
$$\tau = \eta \cdot \dot{\gamma} \quad (2.3)$$

Donde  $\tau$  es el esfuerzo,  $\eta$  es la viscosidad y  $\dot{\gamma}$  es la velocidad de deformación.

Comportamiento Viscoelástico: La complejidad del comportamiento de los polímeros se relaciona con el gran tamaño de sus moléculas y el entrelazamiento de las mismas, también existe el fenómeno de relajación de esfuerzos, que es cuando un polímero se somete a tensión, manteniendo la deformación constante, el esfuerzo requerido para mantener la misma deformación comienza a decrecer a lo largo del tiempo, esto se debe al reacomodo de las cadenas poliméricas en el material. Es por esto que el módulo de los materiales viscoelásticos se debe proponer como una función del tiempo, como se muestra en la ecuación 2.4.

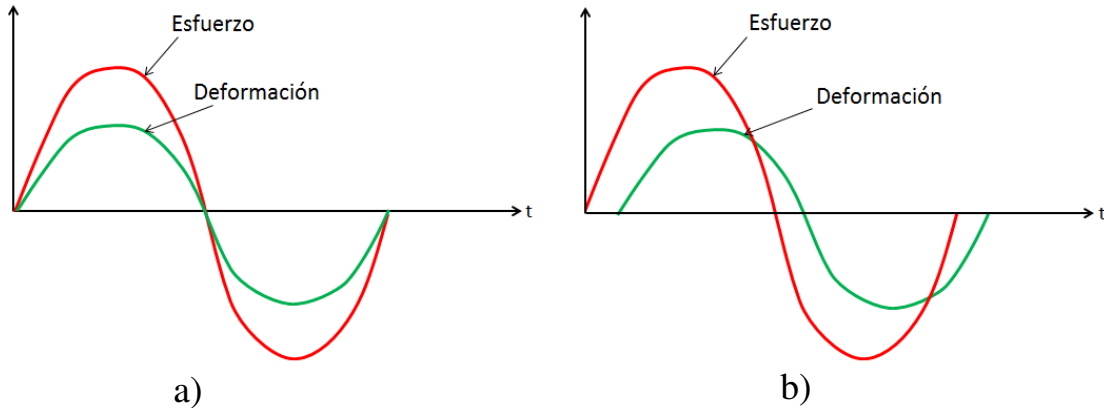
$$\tau = G(t) \cdot \gamma \quad (2.4)$$

En donde  $G(t)$  es el módulo de relajación de esfuerzos, cuando el esfuerzo se retira hay un porcentaje de recuperación elástica en el material a través del tiempo como se puede observar en la Figura 2.1 inciso c.



**Figura 2.1** Respuesta de materiales a esfuerzos con respecto al tiempo:  
**a) caso elástico. b) caso viscoso. c) caso viscoelástico.**  
**Fuente: elaboración propia.**

El comportamiento de un material perfectamente elástico cuando se le impone un esfuerzo oscilatorio se puede observar en la Figura 2.2 inciso a, en donde el esfuerzo y la deformación están en fase, mientras que el comportamiento de un material viscoelástico se puede observar en la Figura 2.2 inciso b) en donde el esfuerzo y la deformación están desfasados.



**Figura 2.2 Respuesta del material ante un esfuerzo senoidal. a) material perfectamente elástico. b) material viscoelástico [25].**

A este desfase se le conoce como  $\delta$ , parámetro que nos proporciona información sobre la pérdida de energía que el material disipa en forma de calor en su estructura interna, este parámetro se discutirá más a fondo en el tema 2.2.1.

Como se mencionó anteriormente, la viscoelasticidad es un proceso dependiente del tiempo que es característico de cada material, a continuación se expondrá la generalización matemática de estos conceptos como lo expone Fung [6]:

En un marco de referencia cartesiano, en donde un vector de posición se describe de la siguiente manera:  $(x_1, x_2, x_3)$ , en la siguiente descripción una función de posición será escrita como  $f(x)$  en lugar de  $f(x_1, x_2, x_3)$  para hacer más cortas las expresiones. También  $\sigma_{ij}$  es el tensor de esfuerzos y  $e_{ij}$  el tensor de deformaciones, ambos definidos en cualquier punto  $x$  de un cuerpo y en el intervalo de tiempo



( $-\infty < t < \infty$ ). El campo de deformaciones  $e_{ij}(x, t)$ , el campo de desplazamientos  $u_i(x, t)$  y el campo de velocidades  $v_i(x, t)$  son considerados infinitesimales, y con ellos se puede construir la ecuación 2.5 [6]:

$$e_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (2.5)$$

En donde la coma entre los subíndices  $i$  y  $j$  indica derivada parcial. Bajo la consideración de deformación y velocidad infinitesimal, la derivada parcial con respecto al tiempo:  $\partial e_{ij}/\partial t$  es igual a la derivada material  $\dot{e}_{ij}$  de primer orden.

### 2.1.1 Ley esfuerzo-deformación tipo relajación

Se define un material viscoelástico lineal aquel en el que  $\sigma_{ij}(x, t)$  se relaciona con  $e_{ij}(x, t)$  por medio de una integral de convolución, como se muestra en la ecuación 2.6 [6]:

$$\sigma_{ij}(x, t) = \int_{-\infty}^t G_{ijkl}(x, t - \tau) \frac{\partial e_{kl}}{\partial \tau}(x, \tau) d\tau \quad (2.6)$$

Donde  $G_{ijkl}$  es un campo tensorial de orden 4 y es conocido como la función tensorial de relajación del material. La ecuación 2.6 es llamada Ley esfuerzo-deformación del tipo de relajación.

### 2.1.2 Ley esfuerzo-deformación tipo fluencia

La relación inversa a la ley esfuerzo-deformación de tipo relajación, se conoce como ley esfuerzo deformación tipo fluencia y se muestra en la ecuación 2.7 [6]:

$$e_{ij}(x, t) = \int_{-\infty}^t J_{ijkl}(x, t - \tau) \frac{\partial \sigma_{kl}}{\partial \tau}(x, \tau) d\tau \quad (2.7)$$

En caso de que esta relación inversa exista, es llamada Ley esfuerzo-deformación de tipo de fluencia. El tensor de cuarto orden  $J_{ijkl}$  es llamado función tensorial de

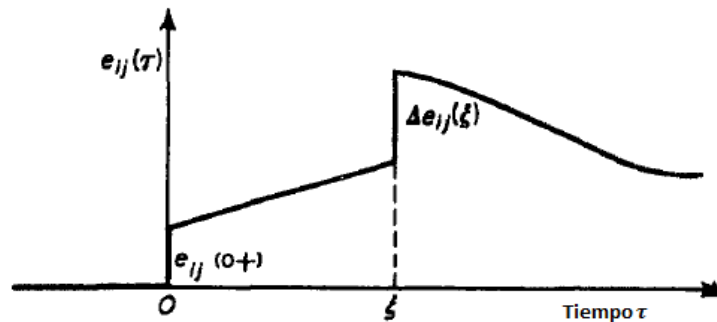
fluencia. Se ha comprobado que la relación inversa: ecuación 2.7, existe si  $G_{ijkl}(x, t)$  es diferenciable dos veces y el valor inicial de  $G_{ijkl}(x, t)$  en  $t = 0$  no sea cero.

La integración de estas ecuaciones se debe iniciar antes del comienzo del movimiento, los límites de integración inferiores se toman como  $-\infty$ , si el movimiento inicia en  $t = 0$ , y  $\sigma_{ij} = e_{ij} = 0$  para  $t < 0$ , la ecuación 2.6 se reduce a:

$$\sigma_{ij}(x, t) = e_{kl}(x, 0+)G_{ijkl}(x, t) + \int_0^t G_{ijkl}(x, t - \tau) \frac{\partial e_{kl}}{\partial \tau}(x, \tau) d\tau \quad (2.8)$$

Donde  $e_{ij}(x, 0+)$  es el valor limitante de  $e_{ij}(x, t)$  cuando el tiempo  $t \rightarrow 0$  desde el lado positivo. El primer término de la ecuación 2.8 da el efecto de la perturbación inicial y se incrementa en el salto de  $e_{ij}(x, t)$  en  $t = 0$ . De hecho se asume que  $e_{ij}(x, t)$  es continua y diferenciable cuando la ecuación 2.6 fue escrita. Cualquier discontinuidad de  $e_{ij}(x, t)$  en la forma de un salto va a generar un término similar al primer término de la ecuación 2.8. Por ejemplo, si  $e_{ij}(x, t)$  tiene otro salto  $\Delta e_{ij}(x, \xi)$  en  $t = \xi$ , como se muestra en la Figura 2.3 [6], como  $G_{ijkl}$  y  $\partial e_{ij}/\partial t$  son continuos siempre, tenemos:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(x, t) = & e_{kl}(x, 0+)G_{ijkl}(x, t) + \Delta e_{kl}(x, \xi)G_{ijkl}(x, t - \xi)1(t - \xi) \\ & + \int_0^t G_{ijkl}(x, t - \tau) \frac{\partial e_{kl}}{\partial \tau}(x, \tau) d\tau \end{aligned} \quad (2.9)$$



**Figura 2.3 Representación de una discontinuidad en forma de salto en  $e_{ij}$  [6].**

Donde  $1(t)$  es la función escalón unitario, los siguientes casos son equivalentes a la ecuación 2.8: cuando  $\partial e_{ij}/\partial t$ ,  $\partial G_{ijkl}/\partial t$  existen y son continuas en  $0 \leq t < \infty$ , es conveniente usar:

$$\sigma_{ij}(x, t) = G_{ijkl}(x, 0)e_{kl}(x, t) + \int_0^t e_{kl}(x, t - \tau) \frac{\partial G_{ijkl}}{\partial \tau}(x, \tau) d\tau = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t e_{kl}(x, t - \tau) G_{ijkl}(x, \tau) d\tau \quad (2.10)$$

Estas ecuaciones constitutivas son apropiadas para condiciones isotérmicas.

Un material viscoelástico está definido por las funciones de relajación o de fluencia  $G_{ijkl}$  y  $J_{ijkl}$  que se determinan experimentalmente.

## 2.2 MODELOS MATEMÁTICOS DE EXPERIMENTOS DINÁMICOS O PERIÓDICOS

Para evaluar matemáticamente la respuesta de los materiales ante estímulos externos históricamente se han elegido funciones como impulsos, escalones unitarios, rampas o senoidales. Cuando el estímulo es una función senoidal se le da el nombre de experimento dinámico o periódico.

Como lo expone Ferry en [12] las ecuaciones que modelan la aplicación de una fuerza senoidal en un material viscoelástico son las siguientes:

$$\gamma = \gamma^0 \sin \omega t \quad (2.11)$$

Donde  $\gamma^0$  es la máxima amplitud de la deformación, derivando con respecto al tiempo:

$$\dot{\gamma} = \omega \gamma^0 \cos \omega t \quad (2.12)$$

Tomando en cuenta que para un esfuerzo cortante simple la ecuación de viscoelasticidad lineal es de la siguiente forma:

$$\sigma_{ij}(t) = \int_{-\infty}^t G(t-t') \dot{\gamma}_{ij}(t') dt' \quad (2.13)$$

En donde  $G(t)$  es el módulo de relajación y  $\dot{\gamma}_{ij}$  es el tensor de velocidad de deformación y  $t'$  representa todos los tiempos anteriores hasta llegar a  $t$ , que es el tiempo actual.

### 2.2.1 Propiedades viscoelásticas de los materiales: Módulo complejo y Fluencia compleja

Sustituyendo la ecuación 2.12 en la 2.23 y sustituyendo  $t-t'$  por  $s$ , se obtiene la ecuación 2.14 [12]:

$$\sigma(t) = \int_0^{\infty} G(s) \omega \gamma^0 \cos[\omega(t-s)] ds \quad (2.14)$$

$$= \gamma^0 \left[ \omega \int_0^{\infty} G(s) \sin \omega s ds \right] \sin \omega t + \gamma^0 \left[ \omega \int_0^{\infty} G(s) \cos \omega s ds \right] \cos \omega t \quad (2.15)$$

Las integrales solo convergen si  $G(s) \rightarrow 0$  como  $s \rightarrow \infty$ , o de otra manera se tienen que plantear de otra forma. Está claro que el término que tiene  $\sin \omega t$  está en fase con  $\gamma$  y el término que tiene  $\cos \omega t$  está  $90^\circ$  fuera de fase. Los términos de la ecuación 2.15 que están dentro de paréntesis corchetes son funciones de la frecuencia, pero no relacionadas directamente al tiempo, por lo tanto se pueden escribir de la siguiente manera [12]:

$$\sigma = \gamma^0 (G' \sin \omega t + G'' \cos \omega t) \quad (2.16)$$

En donde  $G'(\omega)$  es el módulo cortante de almacenamiento de energía y  $G''(\omega)$  es el módulo cortante de pérdida de energía.

Expresando el esfuerzo en términos de su amplitud:

$$\sigma = \sigma^0 \sin(\omega t + \delta) = \sigma^0 \cos \delta \sin \omega t + \sigma^0 \sin \delta \cos \omega t \quad (2.17)$$

Comparando las ecuaciones 2.16 y 2.17 se puede demostrar que:

$$G' = (\sigma^0/\gamma^0) \cos \delta \quad (2.18)$$

$$G'' = (\sigma^0/\gamma^0) \sin \delta \quad (2.19)$$

$$\frac{G''}{G'} = \tan \delta \quad (2.20)$$

También es conveniente expresar el esfuerzo que varía senoidalmente como una cantidad compleja, por lo tanto el módulo también se puede expresar de forma compleja y se define de la siguiente forma:

$$\sigma^*/\gamma^* = G^* = G' + iG'' \quad (2.21)$$

En donde  $G^*$  es el módulo complejo.

También se puede definir la complianza compleja  $J^*$  de la siguiente forma:

$$J^* = \gamma^*/\sigma^* = 1/G^* = J' - iJ'' \quad (2.22)$$

También es posible medir la viscosidad compleja  $\eta^*$  como una alternativa a  $G^*$  ya que cumple con las mismas propiedades de fase y se define de la siguiente manera:

$$\eta^* = \eta' + i\eta'' \quad (2.23)$$

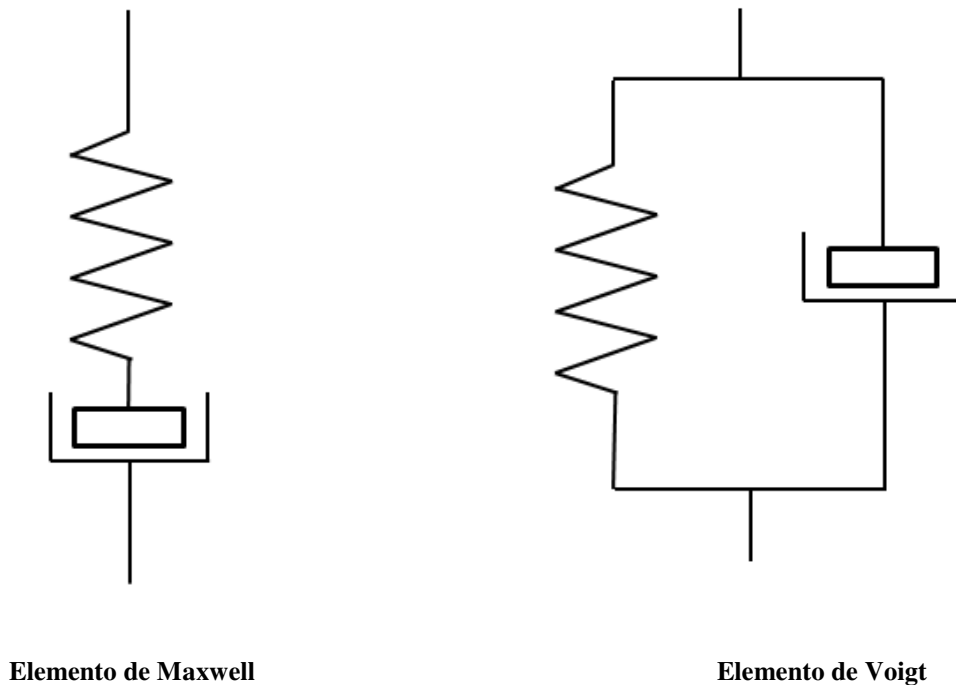
En donde:

$$\eta' = G''/\omega \quad (2.24)$$

$$\eta'' = G'/\omega \quad (2.25)$$

### 2.3 MODELADO CON ELEMENTOS DE MAXWELL Y DE VOIGT

Los materiales se modelan tomando como base dos principales modelos Maxwell y Voigt, que se pueden observar en la Figura 2.4:



**Figura 2.4 Elementos de Maxwell y de Voigt.**

**Fuente: elaboración propia.**

El elemento de Maxwell no puede describir fluencia, mientras que el elemento de Voigt no puede describir relajaciones de esfuerzos, pero sí al revés, el elemento de Maxwell sí describe relajaciones de esfuerzos y el de Voigt fluencia. Es por esto que ambos elementos se pueden considerar complementarios y a partir de conjuntos combinados de estos se pueden construir modelos que sí se aproximen a una situación física real [12].

Otra característica de los elementos de Maxwell es que sus propiedades son sumables cuando se conectan en serie, mientras que las propiedades de los elementos de Voigt son sumables cuando se conectan en paralelo.

### 2.3.1 Espectro de Relajación discreto

Cuando los elementos de Maxwell se conectan en paralelo se describe un espectro de relajaciones discreto, se representa con la ecuación 2.26 [12]:

$$G(t) = \sum_{i=1}^n G_i e^{-t/\tau_i} \quad (2.26)$$

En donde  $\tau_i$  para el elemento de Maxwell se conoce como tiempo de relajación y es una medida del tiempo que se requiere para la relajación de esfuerzos.

### 2.3.2 Espectro de fluencia discreto

Cuando los elementos de Voigt se conectan en serie representan un espectro de retraso discreto cada tiempo  $\tau_i$  se asocia a una fluencia espectral de magnitud  $J_i$ , el espectro de retraso se describe con la siguiente ecuación 2.27 [12]:

$$J(t) = \sum_{i=1}^n J_i (1 - e^{-t/\tau_i}) \quad (2.27)$$

En el caso del elemento de Voigt,  $\tau_i$  se conoce como el tiempo de retraso y es una medida del tiempo requerido para extender el resorte hasta su longitud de equilibrio mientras el amortiguador hace su función de amortiguar.

### 2.3.3 Espectro de relajación continuo

Cuando el número de elementos de Maxwell conectados en paralelo tiende a infinito, el espectro de relajación se vuelve continuo:  $H$  y se expresa con la ecuación 2.28 [12]:

$$G(t) = G_e + \int_{-\infty}^{\infty} H e^{-1/\tau} d \ln \tau \quad (2.28)$$

$Fd\tau$  es una contribución infinitesimal a la rigidez del sistema, asociada con el tiempo de relajación que transcurre desde  $\tau$  hasta  $\tau + d\tau$ , por experiencia se ha observado que es mejor utilizar una escala logarítmica.  $H = F\tau$  y  $G_e$  es una constante que se agrega para permitir una contribución discreta al espectro cuando  $\tau = \infty$  en el caso de sólidos viscoelásticos, para fluidos viscoelásticos  $G_e = 0$ , cabe mencionar que la ecuación anterior es válida solo para un esfuerzo ejercido del tipo función escalón.

Como lo expone Tschoegl en [14], en el caso de un esfuerzo armónico ejercido, se modela con la siguiente ecuación 2.29:

$$G^* = G_e + \int_{-\infty}^{\infty} H(\tau) \frac{j\omega\tau}{1 + j\omega\tau} d\ln\tau \quad (2.29)$$

De la cual su parte real es:

$$G'(\omega) = G_e + \int_{-\infty}^{\infty} H(\tau) \frac{\omega^2\tau^2}{1 + \omega^2\tau^2} d\ln\tau \quad (2.30)$$

Y la parte imaginaria:

$$G''(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} H(\tau) \frac{\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2} d\ln\tau \quad (2.31)$$

### 2.3.4 Espectro de fluencia continuo

De la misma manera cuando los elementos de Voigt se incrementan en un número infinito, el espectro de retraso se vuelve continuo:  $L$  y se expresa con la ecuación 2.32 [14]:

$$J(t) = J_g + \int_{-\infty}^{\infty} L \left(1 - e^{-t/\tau}\right) d\ln\tau + t/\eta_0 \quad (2.32)$$



En donde  $J_g$  es la complianza instantánea, que permite una contribución discreta en  $\tau = 0$ .

Tschoegl expone en [14] que para un esfuerzo armónico ejercido la ecuación en términos de la frecuencia es la 2.33:

$$J^*(\omega) = J_g + \int_{-\infty}^{\infty} L(\tau) \frac{1}{1 + j\omega\tau} d\ln\tau + \frac{\phi_f}{j\omega} \quad (2.33)$$

Y su parte real es:

$$J'(\omega) = J_g + \int_{-\infty}^{\infty} L(\tau) \frac{1}{1 + \omega^2\tau^2} d\ln\tau \quad (2.34)$$

Y la imaginaria es:

$$J''(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} L(\tau) \frac{\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2} d\ln\tau + \frac{\phi_f}{\omega} \quad (2.35)$$

## CAPÍTULO 3. PROCEDIMIENTO

### 3.1 OBTENCIÓN DE PROPIEDADES VISCOELÁSTICAS DEL ADHESIVO

El método usado para obtener las propiedades dinámicas del adhesivo estructural por Análisis Dinámico Mecánico fue el siguiente: la deformación impuesta fue del tipo: cantilever dual, el tamaño de la muestra fue 35.0x13.1x3.7mm. El análisis se llevó a cabo en un rango de frecuencias que va de 0.1 a 100 Hz, con 10 mediciones en cada década de frecuencia. Una década debe entenderse como un orden de magnitud, por ejemplo de 0.1 a 1 tenemos 1 década y de 1 a 10 tenemos otra. Este rango de frecuencias fue seleccionado basado en las vibraciones comúnmente detectadas en las carrocerías automotrices provocadas por la fuerza ejercida por las irregularidades del pavimento a través de la suspensión del vehículo. Esta frecuencia va típicamente de 1 a 2 Hz, como se menciona en [13], pero de todas formas se decidió medir en un rango más amplio para tener los datos necesarios para hacer la aproximación de una curva para  $G'$  o  $G''$  como funciones de la frecuencia  $\omega$  como se expondrá más tarde en este trabajo.

Es deseable tener un rango más amplio de mediciones a lo largo de 3 o más décadas para cualquier material bajo estudio para tener una buena caracterización del material. También se recomienda que una frecuencia de uso común del producto bajo estudio esté incluida en este rango (en este caso el adhesivo estructural usado en carrocerías automotrices). La ventaja de realizar pruebas en el dominio de las frecuencias es que se requiere menos tiempo que realizarlas en el dominio del tiempo, esto es porque la frecuencia es una cantidad inversa con respecto al tiempo. Esta caracterización en el dominio de las frecuencias permitirá la buena aproximación de la curva para calcular los valores numéricos que serán sustituidos finalmente en la serie de Prony, que es una función en el dominio del tiempo.

La deformación aplicada a la muestra depende de la naturaleza del material. Un método es imponer una pequeña deformación (menos del 1% del tamaño de la

muestra) y seguirla incrementando hasta que se obtenga un valor constante del módulo.

Los valores medidos por DMA para esta muestra se pueden leer en la Tabla 4.1.

Un método alternativo para la obtención de las series de Prony es el que propone Chen en [17]

### **3.1.1 Análisis Dinámico Mecánico: DMA**

El análisis mecánico dinámico, DMA por sus siglas en inglés, se puede definir como la aplicación de una carga oscilatoria en una muestra de material en conjunto con la interpretación de los resultados.

En este capítulo se exponen las características del material que se pueden obtener a partir del DMA y se describe el uso de las más utilizadas en ingeniería de polímeros.

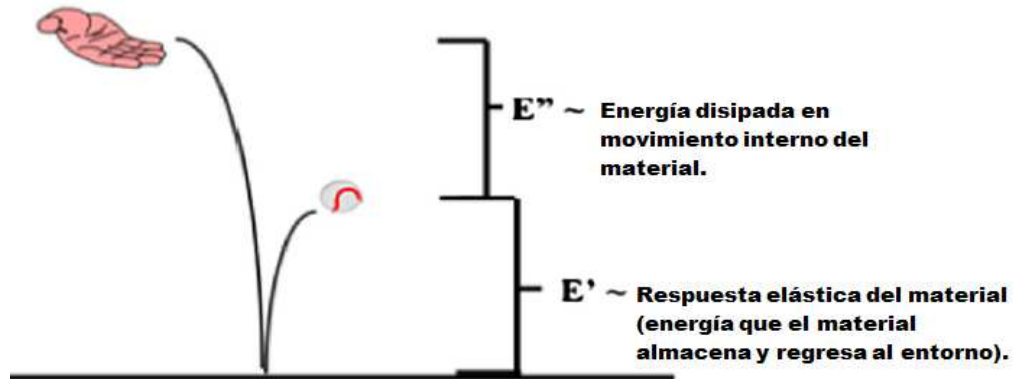
El módulo complejo  $E^*$  o  $G^*$  dependiendo de la manera en la que son medidos,  $E^*$  se utiliza cuando la carga impuesta provoca un esfuerzo a tensión, mientras que  $G^*$  se usa cuando la carga impuesta provoca un esfuerzo cortante.

Como se muestra en la sección 2.2.1, en la ecuación 2.21, el módulo complejo  $G^*$  se divide en una parte real  $G'$  y una compleja  $iG''$ .

La parte real  $G'$  es conocida como módulo de almacenamiento, porque mide la energía que el material puede almacenar y regresar al entorno por medio de una respuesta elástica.

Mientras que la parte compleja  $G''$  se conoce como módulo de pérdida porque mide la energía que el material disipa en su estructura por medio de movimientos internos y producción de calor.

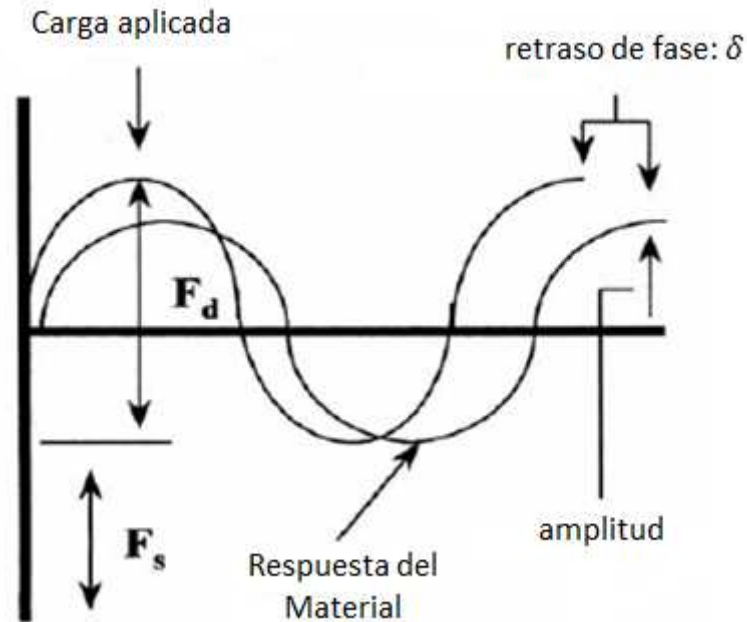
La interpretación física de estas dos cantidades se ilustra en la figura 3.1



**Figura 3.1 Interpretación física del módulo de almacenamiento y del módulo de pérdida [7].**

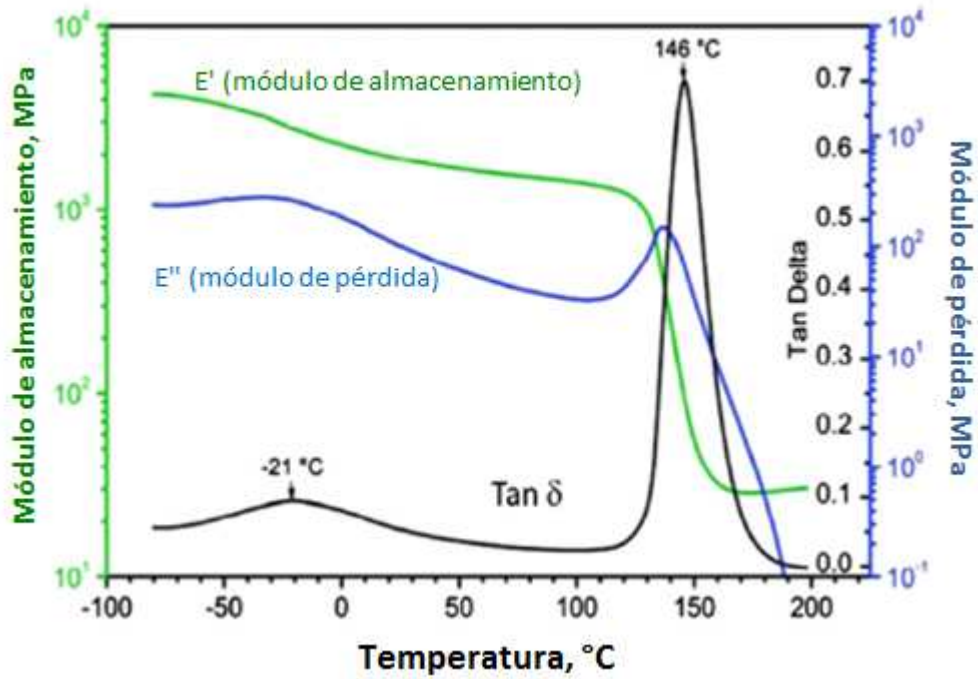
Como se explica en la sección 2.2.1 ecuación 2.20, hay un número adimensional conocido como  $\tan \delta = G'/G''$  también conocido como factor de amortiguamiento mecánico [7] y es relacionado con movimientos moleculares, viscoelasticidad con respecto a los defectos que contribuyen al amortiguamiento como dislocaciones, límites de grano, fronteras entre fases y la existencia de varias interfases.

La forma en la que se encuentra  $\tan \delta$  es midiendo el ángulo de desfase entre la curva de deformación y la curva de la carga aplicada durante el experimento dinámico periódico como se ilustra en la figura 3.2.



**Figura 3.2 Gráfica de la carga aplicada, superpuesta con la gráfica del desplazamiento del material [7].**

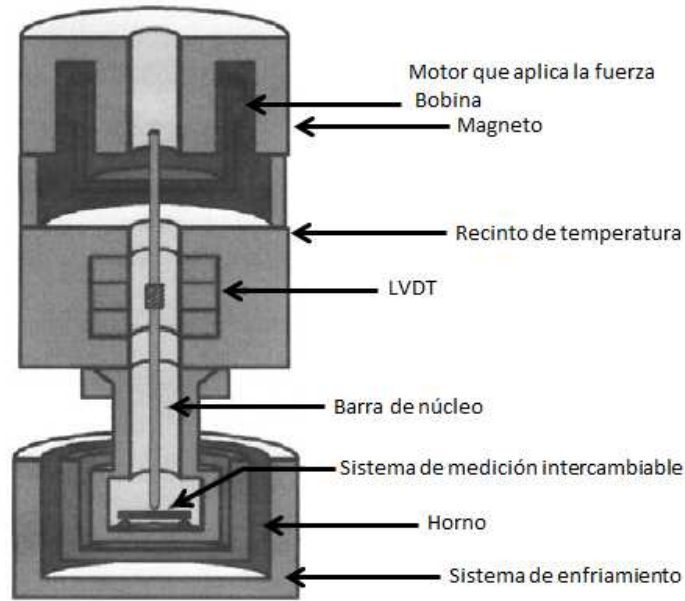
Otra aplicación del DMA es la determinación de la temperatura de transición vítrea:  $T_g$ , que es la temperatura a la cual un termofijo pasa de un estado parecido al vidrio "duro" a un estado más suave. Debe distinguirse la diferencia entre  $T_g$  y la temperatura de fusión, ya que en la temperatura de fusión los materiales se funden, mientras que en la  $T_g$  los materiales solo sufren un ablandamiento [11]. Con respecto a las propiedades que arroja el DMA, la temperatura de transición vítrea puede definirse de las siguientes maneras: 1) el punto medio de  $E'$  contra la curva de temperatura, 2) la región donde  $E'$  incrementa con la frecuencia a temperatura constante, 3) donde  $\tan \delta$  alcanza su valor máximo, o bien, 4) donde ocurre el valor máximo de  $E''$ . En la figura 3.3 se puede observar que estos cuatro incisos ocurren a temperaturas muy cercanas.



**Figura 3.3 Relación entre E', E'' y Tan delta vs. Temperatura [10].**

En este trabajo solo se simularán las condiciones de uso del material como producto terminado, puesto que lo que se quiere es entender los parámetros importantes para la simulación computacional de los componentes de carrocerías con adhesivo estructural.

Uno de los dispositivos utilizados para DMA es el de Perkin-Elmer, se puede observar un esquema de sus componentes en la figura 3.4.



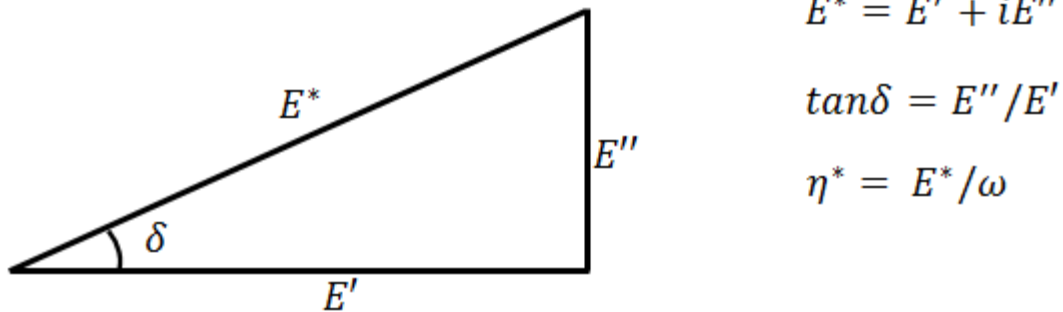
**Figura 3.4 Dispositivo de Perkin-Elmer para realizar DMA [7]**

El sistema de medición intercambiable nos permite elegir qué modo de deformación se le aplicará a la probeta, que es donde se aplica la fuerza oscilatoria y para esto se usan varios tipos de prensas; entre los más comunes están a) esfuerzo cortante, b) flexión ya sea cantiléver, cantiléver dual o de tres puntos, c) tensión, d) compresión, los cuales se pueden observar en la figura 3.5:



**Figura 3.5 Sistemas de medición intercambiables [8]**

En la figura 3.6 se puede observar la relación entre el módulo complejo, el módulo de almacenamiento, el módulo de pérdida, el factor de amortiguamiento  $\tan \delta$  y la viscosidad compleja, Esta última se interpreta como la tendencia a fluir que tiene un material.



**Figura 3.6 Representación gráfica de parámetros obtenidos con DMA [7].**

### 3.1.2 Modelado computacional de adhesivos

Considerando la teoría de la viscoelasticidad expuesta en el capítulo 2 y el método para obtener las propiedades viscoelásticas de un material: DMA, expuesto en el capítulo 3, en este capítulo se hablará de cómo obtener los parámetros legibles para el software de elemento finito, FEM por sus siglas en inglés, a partir de los datos obtenidos con el DMA.

Considerando viscoelasticidad lineal, la ecuación general que relaciona esfuerzos y deformaciones dependientes del tiempo es:

$$\sum_{n=0}^{\infty} u_n \frac{d^n \sigma(t)}{dt^n} = \sum_{m=0}^{\infty} q_m \frac{d^m \varepsilon(t)}{dt^m} \quad (3.1)$$

En donde  $u_n$  y  $q_m$  son coeficientes constantes, en conjunto con las condiciones iniciales apropiadas, describen el comportamiento viscoelástico dependiente del tiempo para un material isotrópico sujeto a deformaciones infinitesimalmente pequeñas [14].



Si reescribimos la ecuación 3.1, tomando como un operador los coeficientes constantes multiplicando al operador derivada de la siguiente forma:

$$U[\sigma(t)] = Q[\epsilon(t)] \quad (3.2)$$

En donde los operadores U y Q son:

$$U[ ] = \sum_{n=0}^{\infty} u_n \frac{d^n[ ]}{dt^n} \quad y \quad Q[ ] = \sum_{m=0}^{\infty} q_m \frac{d^m[ ]}{dt^m}$$

Aplicando Transformada de Laplace en ambos lados de la ecuación:

$$\bar{u}(s)\bar{\sigma}(s) = \bar{q}(s)\bar{\epsilon}(s) \quad (3.3)$$

En donde:

$\bar{\sigma}(s)$  y  $\bar{\epsilon}(s)$  son las transformadas de Laplace del esfuerzo y la deformación dependientes del tiempo y:

$$\bar{u}(s) = \sum_n u_n s^n \quad y \quad \bar{q}(s) = \sum_m q_m s^m$$

Son polinomios en la variable s de la transformada de Laplace [14].

De las ecuaciones anteriores se obtiene:

$$\bar{\sigma}(s) = \bar{Q}(s)\bar{\epsilon}(s) \quad (3.4)$$

$$\bar{\epsilon}(s) = \bar{U}(s)\bar{\sigma}(s) \quad (3.5)$$

En donde:

$$\bar{Q}(s) = \bar{q}(s)/\bar{u}(s) \quad y \quad \bar{U}(s) = \bar{u}(s)/\bar{q}(s)$$

A  $\bar{Q}(s)$  se le conoce como la relaxancia y a  $\bar{U}(s)$  se le conoce como la retardancia [14].

Cuando se tiene un conjunto de elementos de Maxwell conectados en paralelo, el módulo de relajación se puede describir por medio de una superposición de exponenciales:

$$G(t) = \sum_n G_n e^{t/\tau_n} \quad (3.6)$$

La ecuación 3.6 se le conoce como series de Prony con estas se define el comportamiento de la relajación de un material en la paquetería de elemento finito [15].

Si a este arreglo de elementos de Maxwell se les conecta un resorte en paralelo, con el fin de obtener un comportamiento arrheodictico, la relaxancia del sistema resulta de la siguiente manera:

$$\bar{Q}(s) = G_e + \sum_n \frac{G_n \tau_n s}{1 + \tau_n s} \quad (3.7)$$

El módulo complejo del sistema, correspondiente a la relaxancia de la ecuación 3.7 es el siguiente:

$$G^*(\omega) = \{G_e\} + \sum_n \frac{G_n \omega^2 \tau_n}{1 + j\omega \tau_n} \quad (3.8)$$

Separando la ecuación 3.8 en parte real y parte compleja:

$$G'(\omega) = \{G_e\} + \sum_n \frac{G_n \omega^2 \tau_n^2}{1 + \omega^2 \tau_n^2} \quad (3.9)$$

$$G''(\omega) = \sum_n \frac{G_n \omega \tau_n}{1 + \omega^2 \tau_n^2} \quad (3.10)$$

Los términos  $G'(\omega)$  y  $G''(\omega)$  son conocidos como módulo de almacenamiento y módulo de pérdida respectivamente. Ambos valores se pueden medir de una pequeña muestra de material aplicando Análisis Mecánico Dinámico (DMA), en este caso el adhesivo estructural propuesto será sometido a varios experimentos de DMA para diferentes frecuencias, como se expone a continuación.

Es posible hacer la aproximación de una curva para conocer los valores de los términos  $G_i$  y  $\tau_i$ , dependiendo del número de términos deseados para la suma. Un método teórico es expuesto por M. Baumgaertel y H. H. Winter en [16]. Para usos prácticos, esto puede hacerse utilizando cualquier software para aproximar una curva a estos modelos matemáticos. El primero paso es decidir el número de términos. Para este trabajo, aproximaremos una curva a los primeros dos términos de la suma mostrados en la ecuación 4.11.

$$G'(\omega) = \{G_e\} + \frac{G_1\omega^2\tau_1^2}{1 + \omega^2\tau_1^2} + \frac{G_2\omega^2\tau_2^2}{1 + \omega^2\tau_2^2} \quad (3.11)$$

En la ecuación 3.11 hay 5 valores desconocidos:  $G_e$ ,  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $\tau_1$  y  $\tau_2$ , estos valores serán calculados aproximando una curva con el modelo matemático de la ecuación 3.11 a los datos obtenidos con DMA en la columna nombrada "Módulo de almacenamiento" en la Tabla 4.1. Software como Matlab® se puede usar para un procedimiento rápido capaz de satisfacer la demanda de la industria automotriz de análisis rápido. El comando usado en Matlab® para hacer la aproximación de la curva es "cftool" (curve fitting tool / herramienta de aproximación de curvas). Este comando mostrará una herramienta interactiva de ajuste de curvas en donde los vectores columna previamente creados con la información de las columnas "Módulo de almacenamiento" y "Frecuencia" de la Tabla 4.1 cargadas previamente para formar los ejes vertical y horizontal respectivamente. En el caso de los materiales con comportamiento más parecido a los sólidos, es conveniente usar el módulo de almacenamiento, en lugar del módulo de pérdida; por ejemplo, para el material de este trabajo, fue posible hacerla aproximación de la curva con 30 puntos a lo largo de 3 décadas, pero en el caso del módulo de pérdida el

experimento debería ser hecho en un rango más amplio de frecuencias para obtener una mejor aproximación a la curva del módulo de pérdida. Los valores del módulo de pérdida son pequeños en comparación a los valores del módulo de almacenamiento (por un factor de 30 veces aproximadamente). Esto también se puede notar en los valores de  $\tan\delta$  que se acercan a cero. Por esta razón es muy difícil hacer una buena aproximación con la curva del módulo de pérdida, puesto que el comportamiento dominante está descrito por el módulo de almacenamiento. Solo se discutirá la aproximación de la curva del módulo de almacenamiento en este trabajo.

## 4. RESULTADOS

### 4.1 ANÁLISIS DE RESULTADOS

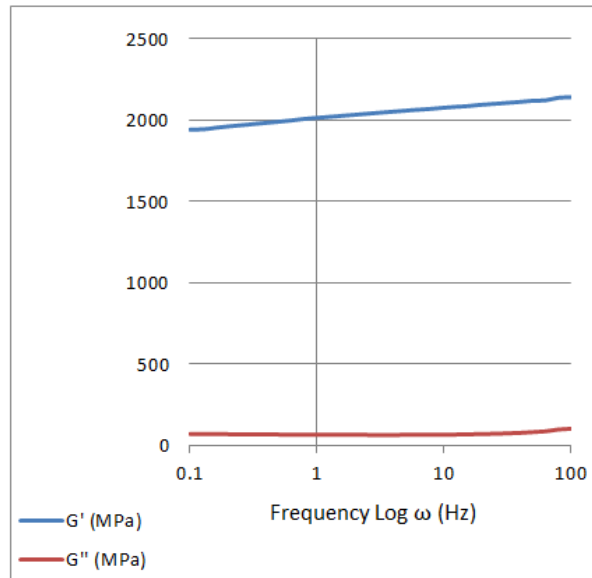
En el capítulo 3, se habla sobre el Análisis Mecánico Dinámico (DMA) y se explica que, por medio de este método, es posible obtener el módulo de almacenamiento y el módulo de pérdida en función de la frecuencia. En este trabajo se realizó la prueba de DMA a una probeta de adhesivo estructural con dimensiones: 35.0x13.1x3.7mm y se obtuvieron los valores de la Tabla 4.1.

Los resultados presentados en este capítulo se encuentran publicados en [25].

Tabla 4.1 Datos obtenidos con DMA [25].

Time	Temperature	Frequency	Storage Modulus	Loss Modulus	Tan Delta	Strain
min	°C	Hz	MPa	MPa		%
7.49	30.26	0.1	1941	70.08	0.03611	0.08203
16.95	30.19	0.13	1944	70.48	0.03626	0.082
24.06	30	0.16	1953	69.81	0.03574	0.082
25.81	30	0.2	1961	68.64	0.035	0.08202
27.8	30	0.25	1968	68.17	0.03463	0.08202
32.92	30	0.32	1976	67.41	0.03411	0.08201
34.66	30.01	0.4	1983	67.03	0.03379	0.08202
35.74	30	0.5	1990	66.37	0.03335	0.08202
45.19	30	0.63	1998	65.99	0.03302	0.08201
56.9	30	0.79	2007	65.61	0.0327	0.08201
59.52	30	1	2014	65.14	0.03234	0.08203
60.5	30	1.3	2021	64.65	0.03199	0.08202
61.7	30	1.6	2027	64.54	0.03184	0.08202
62.08	30	2	2033	64.26	0.0316	0.08203
62.32	30	2.5	2039	64.04	0.0314	0.08203
63.33	30	3.2	2046	63.56	0.03106	0.08202
63.7	30.01	5	2058	64.16	0.03118	0.08203
64.68	30	6.3	2064	64.53	0.03127	0.08203
65.88	30	7.9	2069	64.9	0.03136	0.08203
66.26	30	10	2076	65.59	0.0316	0.08203
66.78	30	12.6	2082	66.4	0.0319	0.08203
67.4	30	15.8	2087	67.69	0.03243	0.08203
67.65	30	19	2093	68.91	0.03293	0.08203
67.8	30	25	2100	71.17	0.03389	0.08203
68.32	30	31.6	2106	73.72	0.035	0.08203
68.94	30	39.8	2112	76.72	0.03632	0.08203
69.19	30	50	2119	81.4	0.03842	0.08203
69.34	30	63	2121	85.96	0.04053	0.08203
69.59	30	79.5	2137	97.34	0.04556	0.08203
69.76	30	100	2141	102.3	0.04779	0.08203

En la figura 4.1 se muestran las curvas creadas con los datos de la tabla 4.1 para el módulo de almacenamiento  $G'(\omega)$  y el módulo de pérdida  $G''(\omega)$ . Es necesario resaltar que esta gráfica está creada en escala logarítmica ya que es necesario mostrar valores muy pequeños y muy grandes; a este tipo de gráficas también se le conoce como barrido de frecuencias.



**Figura 4.1 Ejemplo de barrido de frecuencias [25].**

Para calcular los coeficientes de la Serie de Prony, el primer paso es aproximar una curva a los datos obtenidos con DMA, en este caso se aproximará una curva de la forma de la ecuación 14.

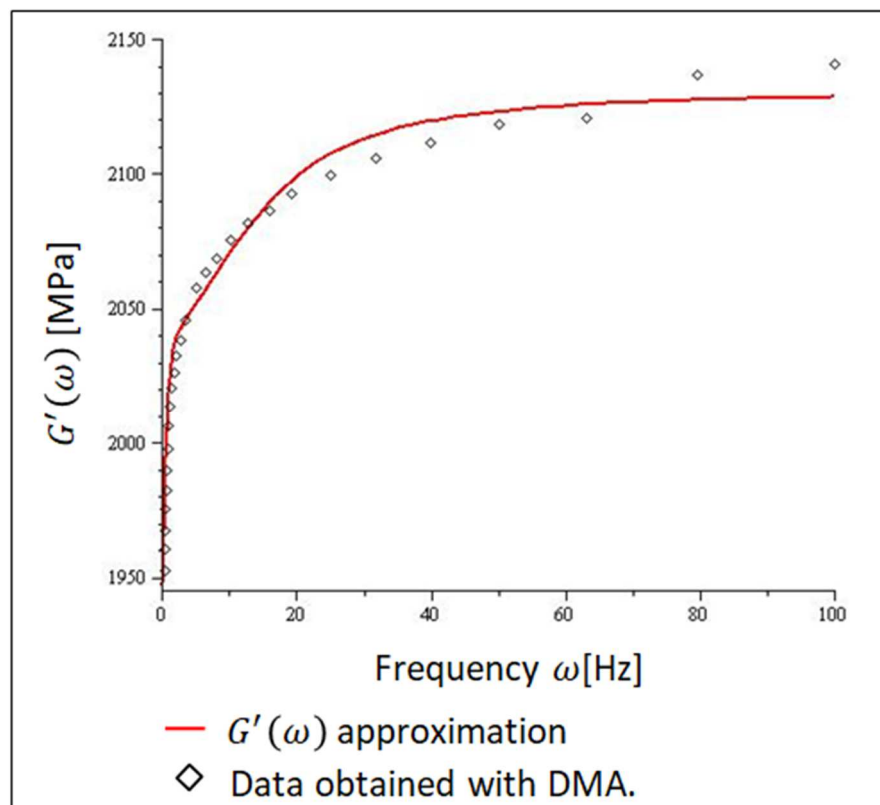
$$G'(\omega) = \{G_e\} + \frac{G_1 \omega^2 \tau_1^2}{1 + \omega^2 \tau_1^2} + \frac{G_2 \omega^2 \tau_2^2}{1 + \omega^2 \tau_2^2} \quad (4.1)$$

En la ecuación 4.1 hay 5 valores desconocidos:  $G_e$ ,  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $\tau_1$  y  $\tau_2$ , estos valores serán aproximados mediante el ajuste de la curva a los datos obtenidos con DMA en la columna de módulo de almacenamiento de la Tabla 1, utilizando el comando `cftool` de Matlab®, que sirve para aproximar una curva de cualquier tipo bajo ciertos procedimientos predefinidos por el software.

Los valores obtenidos de la aproximación de la curva de módulo de almacenamiento en función de la frecuencia  $G'(\omega)$  son los siguientes:  $G_e = 1947.00$ ,  $G_1 = 85.79$ ,  $G_2 = 97.63$ ,  $\tau_1 = 0.0659$ ,  $\tau_2 = 1.6950$ , reemplazando estos valores en la ecuación 14 se obtiene una función en términos de la frecuencia  $\omega$  solamente, como se muestra en la ecuación 4.2:

$$G'(\omega) = 1947.00 + \frac{85.79\omega^2(0.0659)^2}{1 + \omega^2(0.0659)^2} + \frac{97.63\omega^2(1.695)^2}{1 + \omega^2(1.695)^2} \quad (4.2)$$

Graficando la ecuación 4.2 como una función de la frecuencia  $\omega$  se obtiene la gráfica de la figura 4.2:

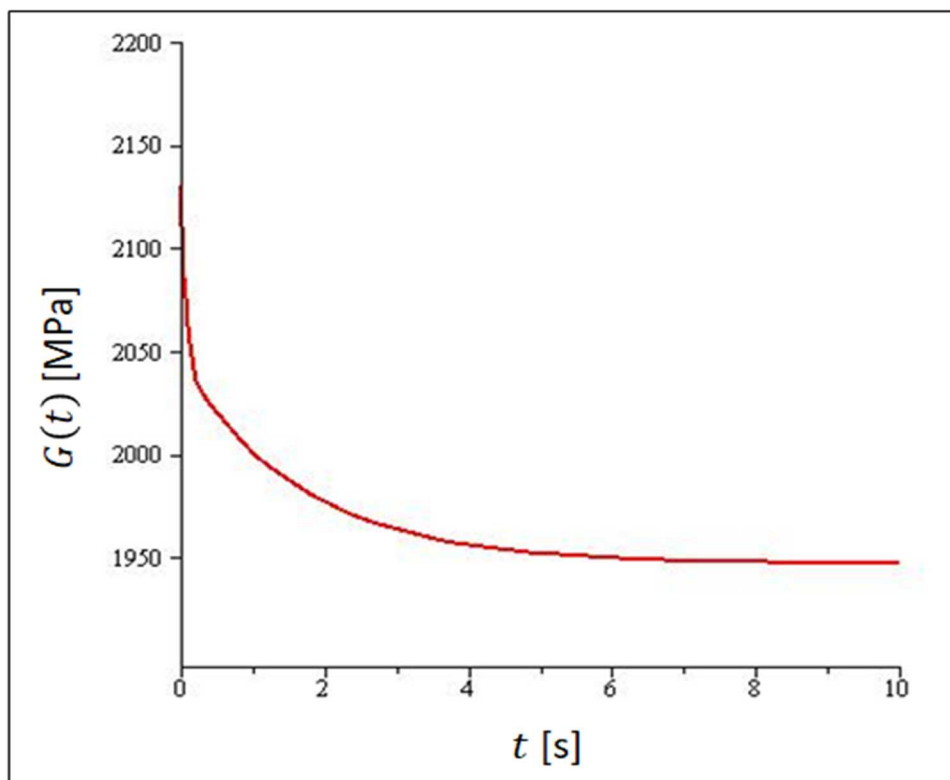


**Figura 4.2 Aproximación de la curva de módulo de almacenamiento a los datos obtenidos con DMA [25].**

Los valores obtenidos en la aproximación de la curva también pueden ser reemplazados en la Serie de Prony para los dos primeros términos de la serie de Prony, mostrados en la ecuación 4.3:

$$G(t) = 1947.00 + 85.79e^{-t/0.0659} + 97.63e^{-t/1.695} \quad (4.3)$$

Los términos de la ecuación 4.3 son los dos primeros términos de la serie de Prony del adhesivo estructural, también conocida como el módulo de relajación en función del tiempo. En la figura 4.3 es posible observar una gráfica de la ecuación 4.3 en función del tiempo  $t$ , en la cual se observa el comportamiento del módulo de relajación.



**Figura 4.3 módulo de relajación  $G(t)$  en función del tiempo [25].**

La precisión del modelo se puede calcular como se muestra en la Tabla 4.2:



Tabla 4.2. Cálculo del error entre los valores medidos con DMA contra los valores calculados con la función ajustada  $G'(\omega)$  (ecuación 4.2) [25].

Frecuency	Calculated Storage Modulus with Equation 15	Measured Storage Modulus	<i>Error</i> $= \frac{ measured\ value - calculated\ value }{measured\ value}$
Hz	MPa	MPa	%
0.1	1949.7303	1941	0.4498
0.13	1951.5271	1944	0.3872
0.16	1953.6981	1953	0.0357
0.2	1957.0780	1961	0.2000
0.25	1961.882	1968	0.3107
0.32	1969.2311	1976	0.3426
0.4	1977.8047	1983	0.2620
0.5	1987.9030	1990	0.1054
0.63	1999.1612	1998	0.0581
0.79	2009.9052	2007	0.1448
1	2019.7899	2014	0.2875
1.3	2028.5758	2021	0.3749
1.6	2033.8793	2027	0.3394
2	2038.2660	2033	0.2590
2.5	2041.7259	2039	0.1337
3.2	2045.0396	2046	0.0469
5	2051.6141	2058	0.3103
6.3	2056.2783	2064	0.3741
7.9	2062.2139	2069	0.3280
10	2070.0282	2076	0.2877
12.6	2079.1046	2082	0.1391
15.8	2088.7098	2087	0.0819
19	2096.4331	2093	0.1640
25	2106.6909	2100	0.3186
31.6	2113.6681	2106	0.3641
39.8	2118.8206	2112	0.3229
50	2122.4477	2119	0.1627
63	2124.9605	2121	0.1867
79.5	2126.6367	2137	0.4849
100	2127.7134	2141	0.6206

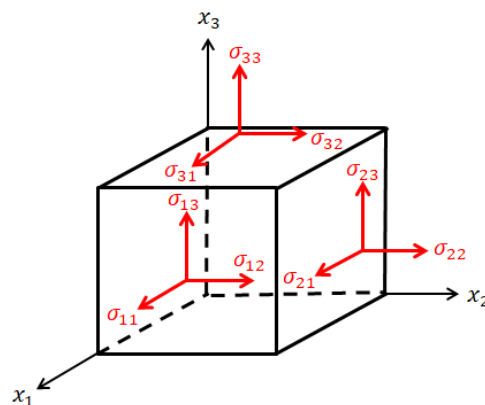
Con los resultados de la tabla 4.2, se puede observar que los valores de  $G'$  calculados con la ecuación 4.2 tienen menos de 1% de error con respecto a los datos obtenidos experimentalmente a través de DMA; por lo tanto, la ecuación 4.2 es una buena predicción para  $G'$  y esto asegura una buena correlación para  $G(t)$  con el comportamiento físico real.

## 4.2 TRADUCCIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS AL SOFTWARE DE CAE

Como se mencionó anteriormente las series de Prony de la ecuación 4.3, también son conocidas como el módulo de relajación discreto en función del tiempo. Cuando la ecuación 4.3 se sustituye en la ecuación 2.13 se obtiene la siguiente ecuación constitutiva:

$$\sigma_{ij} = \int_0^t [1947.00 + 85.79e^{-(t-t')/0.0659} + 97.63e^{-(t-t')/1.695}] \dot{\gamma}_{ij}(t') dt' \quad (4.4)$$

El análisis CAE (Computer Aided Engineering) hace posible incorporar la geometría del producto bajo análisis dividiendo una geometría compleja en pequeños elementos mediante la creación de una malla. La ecuación 4.4 será discretizada y resuelta para cada uno de los elementos de esta malla, en donde  $\sigma_{ij}$  es el tensor de esfuerzos de un elemento infinitesimal, como se ilustra en la Figura 4.4:



**Figura 4.4. Componentes del tensor de esfuerzos [25].**

La definición de las Series de Prony debe ser diferente para cada paquete de software comercial de CAE. En el caso de Abaqus® cuando el modelo es viscoelástico y definido en el dominio del tiempo, el software despliega una tabla similar a la Tabla 4.3, en donde se piden los siguientes parámetros:  $g_i$ ,  $k_i$ , y  $\tau_i$ . Los términos  $g_i$  son los coeficientes normalizados de la serie de Prony para el comportamiento cortante (deviatorico), los términos  $k_i$  son los coeficientes normalizados de la serie de Prony para el comportamiento volumétrico, y los términos  $\tau_i$  son los valores de los tiempos de relajación de la serie de Prony. Abaqus® asume que las dependencias en la frecuencia de  $g_i$  and  $k_i$  son independientes. En este trabajo los cambios de volumen en el material no serán considerados, por lo tanto los términos de la columna  $k_i$  se dejan en blanco. Los cambios de forma están descritos por el comportamiento deviatorico descrito por los términos  $g_i$  que se definen como se muestra a continuación [15]:

$$g_i = \frac{G_i}{G_0} \quad (18)$$

En donde los valores  $G_i$  son los coeficientes de la serie de Prony y  $G_0$  es el módulo de relajación  $G(t)$  evaluado en  $t = 0$ .

Calculando los valores de  $G_0$ ,  $g_1$  y  $g_2$ :

$$G_0 = G(0) = 2130.42 \text{ MPa.}$$

$$g_1 = \frac{G_1}{G_0} = \frac{85.79 \text{ [MPa]}}{2130.42 \text{ [MPa]}} = 0.0403$$

$$g_2 = \frac{G_2}{G_0} = \frac{97.63 \text{ [MPa]}}{2130.42 \text{ [MPa]}} = 0.0458$$

$g_1$  y  $g_2$  también son conocidos como los coeficientes adimensionales de la serie de Prony.

La Tabla 4.3 muestra los valores de entrada en Abaqus®. Esta tabla puede tener tantas filas como existan términos conocidos de serie de Prony estén disponibles. Al llenar esta tabla, las características viscoelásticas del material bajo estudio quedan definidas.

Tabla 4.3. Input de los Coeficientes adimensionales de la serie de Prony en Abaqus® [25]

$g_i$	$k_i$	$\tau_i$
0.0403	-	0.0659
0.0458	-	1.695

El método para calcular el módulo de relajación en función del tiempo presentado en este trabajo tiene muchas aplicaciones posibles. Ejemplos de otras aplicaciones en la industria automotriz en las que se han usado series de Prony para describir comportamiento viscoelástico son: Predicción del comportamiento de los amortiguadores de un riel ferroviario con estructura tipo sándwich [18], Modelado de parámetros viscoelásticos para aplicaciones de asientos automotrices [19], Análisis de concentración de esfuerzos cerca de agujeros en cuerpos viscoelásticos [20], Análisis de la adhesión de termoplásticos al acero [21], Análisis de elemento finito de almohadillas de asientos y materiales de tejidos suaves enfocados en el confort de ocupantes de vehículos de pasajeros [22], Modelado de comportamiento viscoelástico de materiales compuestos [23][24].

Las propiedades viscoelásticas aplicadas en los estudios CAE pueden proveer resultados más precisos ya que son una mejor aproximación al comportamiento real del material. El módulo de relajación del adhesivo estructural analizado muestra una dependencia significativa en el tiempo ya que los valores del módulo cambian desde un valor máximo en  $G_0 = 2130.42$  MPa hasta el valor de  $G_e = 1949.00$  MPa debido a la relajación de esfuerzos. Esto muestra que para estudios de CAE de impactos vehiculares, que ocurren a grandes velocidades, el modulo tendrá un valor alto, ya que la relajación de esfuerzos no ocurrirá a esta velocidad. En el caso

de la evaluación CAE de la durabilidad, en donde la carga se aplica en periodos largos de tiempo, o también, en el caso de cargas dependientes del tiempo, la relajación de esfuerzos ocurrirá, por lo tanto el valor del módulo alcanzará el valor de  $G_e$ . Las propiedades viscoelásticas de los adhesivos estructurales se pueden incorporar al análisis CAE estimando el módulo de relajación en función del tiempo a través de una aproximación de series de Prony a los datos experimentales obtenidos por DMA en función de la frecuencia.

La aproximación del modelo para  $G'(\omega)$  con respecto a los datos experimentales obtenidos por DMA mostraron un error menor a 1% usando únicamente dos términos de la serie de Prony.

A través de esta metodología, los parámetros requeridos para modelar comportamiento viscoelástico en función del tiempo en software de CAE como Abaqus® puede ser obtenido de la información de un experimento de DMA realizado a una pequeña muestra de material.

## CONCLUSIONES

En los capítulos anteriores se ha hablado de la teoría de viscoelasticidad, de cómo se modela por medio de los elementos de Maxwell, de su relación con el módulo complejo y sus componentes, el real conocido como el módulo de almacenamiento y el imaginario conocido como el módulo de pérdida. Se han presentado las ecuaciones que muestran que tanto módulo de almacenamiento como de pérdida son funciones de la frecuencia, y se ha propuesto la idea de ajustar estos modelos matemáticos a un conjunto de datos obtenidos con DMA a diferentes frecuencias, para aproximar los coeficientes de los dos primeros términos de la serie de Prony. Como conclusión: ha sido posible conectar exitosamente todos los conceptos mencionados anteriormente, demostrando que la hipótesis es correcta: Se puede obtener la serie de Prony de un material a partir de datos obtenidos con DMA.

## **APORTACIÓN DE LA TESIS**

La aportación de este trabajo reside en que se muestra un ejemplo específico de aplicación del método teórico para obtener la serie de Prony de un material. Durante el proceso de investigación y documentación de este trabajo, se confirmó la falta de literatura referente a los temas de: Modelado de viscoelasticidad, Series de Prony, Módulo de relajación en función del tiempo y su incorporación a los modelos computacionales.

En este trabajo se muestra paso a paso la metodología para la creación de la probeta de material en la que se realizará el DMA, escoger el rango de frecuencias en el que se debe evaluar un material, el método de cálculo de los coeficientes de la serie de Prony por medio de la aproximación de una curva a los datos de DMA y, finalmente, a incorporar estos datos al modelo computacional. En resumen, se muestra el procedimiento completo para analizar un material viscoelástico.

## **APORTACIÓN SOCIAL DE LA TESIS**

La aportación social de esta tesis consiste en digerir la teoría matemática que describe la viscoelasticidad y explicarla de manera sencilla y clara a la comunidad ingenieril para que pueda ser utilizada en la práctica. Si la teoría de la viscoelasticidad se pone en práctica se obtendrán mejores predicciones en el comportamiento de los componentes automotrices y por lo tanto vehículos más seguros y de mejor calidad para los usuarios.



## **RECOMENDACIONES**

La recomendación de temas para trabajos futuros es considera: El análisis del modelo computacional para un adhesivo estructural modelado en 3D con una malla optimizada y con los parámetros de simulación ajustados en función del tiempo; así como la comparación de los resultados obtenidos con una simulación simplificada como las que se hacen comúnmente.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Krupp, U. (2007). Fatigue crack propagation in metals and alloys, microstructural aspects and modelling concepts (1ra ed.). Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA.
- [2] Abbaschian, R., Abbaschian, L., Reed-Hill, R. E. (2009) Physical metallurgy principles (4ta ed.). Cengage Learning.
- [3] Smallman, R. E., Bishop, R. J. (1999). Modern physical metallurgy and materials engineering (6ta ed.). Butterworth Heinemann.
- [4] Ebnesajjad, S., (2008) Adhesives technology. (2da ed.). William Andrew Publishing.
- [5] Adhesives.org forum (revisado en octubre 12 de 2016):  
<http://www.adhesives.org/adhesives-sealants/science-of-adhesion/wetting>
- [6] Fung, Y. C., Tong, P. (2001) Classical and computational solid mechanics (1ra ed.). World Scientific.
- [7] Menard, K. P. (1999) Dynamic mechanical analysis: a practical introduction. (1ra ed.). CRC Press.
- [8] Mettler-Toledo website (revisado en abril 9 de 2017):  
[http://www.mt.com/int/en/home/products/Laboratory\\_Analytics\\_Browse/TA\\_Family\\_Browse/ta\\_accessories\\_browse/Deformation\\_Mode\\_DMASDTA861e.html](http://www.mt.com/int/en/home/products/Laboratory_Analytics_Browse/TA_Family_Browse/ta_accessories_browse/Deformation_Mode_DMASDTA861e.html)
- [9] Davies, G. (2003). Materials for automobile bodies. (1<sup>st</sup> edition). Butterworth Heinemann.
- [10] Saba, N., Jawaid, M., Alothman, Othman Y., Paridah, M.T. (2016) A review on dynamic mechanical properties of natural fibre reinforced polymer composites. Elsevier, Construction and Building Materials.
- [11] Sepe, M. P. (1998) Dynamical mechanical analysis for plastics engineering. PDL Handbook (1<sup>st</sup> edition.). William Andrew Publishing.
- [12] Ferry, J. D. (1980). Viscoelastic properties of polymers (3<sup>rd</sup> edition.). John Wiley & Sons.
- [13] Spinola, R. (2012). Vehicle vibration response subjected to longwave measured pavement irregularity. Journal of Mechanical Engineering and Automation.
- [14] Tschoegl, N. W. (1989). The phenomenological theory of linear viscoelastic behavior. (1<sup>st</sup> edition.). Springer-Verlag.
- [15] ABAQUS theory manual. Hibbitt Karlsson & Sorensen, Inc. 1998.

- [16] Baumgaertel, M., Winter, H. (1989) Determination of discrete relaxation and retardation time spectra from dynamic mechanical data. *Rheologica Acta*.
- [17] Chen, T. (2000) Determining a Prony series for a viscoelastic material from time varying strain data. NASA, U.S. Army Research Laboratory.
- [18] Merideno, I., Nieto J., Gil-Negrete, N., Giménez Ortiz, J., Landaberea, A., Iartza, J. (2014) Theoretical prediction of the damping of a railway wheel with sandwich-type dampers. Elsevier, *Journal of Sound and Vibration*.
- [19] Deng, R., Davies, P., Bajaj, A.K., (2003) Flexible polyurethane foam modeling and identification of viscoelastic parameters for automotive seating applications. Elsevier, *Journal of Sound and Vibration*.
- [20] Levin, V., Zingerman, K., Vershinin, A., Freiman, E., Yangirova, A. (2013) Numerical analysis of the stress concentration near holes originating in previously loaded viscoelastic bodies at finite strains. Elsevier, *International Journal of Solids and Structures*.
- [21] Golaz, B., Michaud, V., Manson J.A.E. (2011) Adhesion of thermoplastic polyurethane elastomer to galvanized steel. Elsevier, *International Journal of Adhesion & Adhesives*.
- [22] Grujicic, M., Pandurangan, B., Arakere, G., Bell, W.C., He, T., Xie, X. (2009) Seat-cushion and soft-tissue material modeling and finite element investigation of the seating comfort for passenger-vehicle occupants. Elsevier, *Materials and Design*.
- [23] Machado, M., Cakmak, U. D., Kallai, I., Major, Z. (2016) Thermomechanical viscoelastic analysis of woven-reinforced thermoplastic-matrix composites. Elsevier, *Composite Structures*.
- [24] Ishikawa, T., Amaoka, K., Masubuchi, Y., Yamamoto, T., Yamanaka, A., Arai, M., Takahashi, J. (2018) Overview of automotive structural composites technology developments in Japan. Elsevier, *Composites Science and Technology*.
- [25] Tapia, M., Dehonor, M., Lugo, L. (2020) Prony series calculation for viscoelastic behavior modeling of structural adhesives from DMA data. *Ingeniería Investigación y Tecnología, Volumen XXI*.