



**“DISEÑO DE ALGORITMOS PARA LA SINCRONIZACIÓN DE  
SERVOSISTEMAS CON APLICACIÓN EN PROCESOS DE  
MANUFACTURA”**

**TESIS**

PARA OBTENER EL GRADO

**MAESTRO EN MANUFACTURA AVANZADA**

PRESENTA

**ING. MARIO ALBERTO NORIEGA GUERRERO**

SAN LUIS POTOSÍ, S.L.P. SEPTIEMBRE DEL 2015

## DEDICATORIA

Esta tesis está dedicada con amor a mi familia y a un gran amigo

**A mi esposa Karina:** por su amor, apoyo y comprensión durante mis estudios de posgrado.

**A mis hijos Jesús, Gabriel, Madelaine:** por su amor incondicional, por no estar con ellos durante varios periodos de tiempo.

**A mi amigo:** Ramón por todos sus consejos, regaños y apoyo incondicional para ser un mejor ser humano.

# AGRADECIMIENTOS

Deseo agradecer a todas las personas que me apoyaron en el desarrollo de esta tesis directa e indirectamente, para conseguir una meta más en mi vida profesional y superación personal.

**A mis Asesores:** Al M.C. Crescencio Hernández Rosales por compartir sus conocimientos, su asesoría y apoyo durante el desarrollo de esta tesis. Al Ing. Eduardo Alfonso Benavente López por su apoyo y sus conocimientos compartidos de más de 40 años en la industria.

**A la empresa Canel S.A de C.V:** Por las facilidades y apoyo en el estudio de la maestría.

**A mis Profesores de Maestría:** En especial al M.C Víctor Aguilar Orozco por su apoyo y enseñanzas de gran importancia y relevancia para el desarrollo de esta tesis.

**A mis compañeros:** Felipe de Jesús, Juan Alberto, Israel Hernández, Miguel García, Héctor Mendoza.

**A mis padres y hermanos.**

## RESUMEN:

En este trabajo de tesis se abordó el problema específico de cómo lograr la **sincronización** de dos **servosistemas** mediante el diseño de algoritmos de control que permitieron estabilizar la velocidad de los mismos, así como la sincronía del estado de velocidad entre ellos; con el objetivo de implementarlos en un controlador lógico programable y sentar bases tecnológicas y científicas para el desarrollo de un prototipo de envoltura horizontal en un proceso de **manufactura**.

Para la sintonización y desarrollo de los algoritmos fue necesario conocer el modelo matemático del servomotor utilizado, para lo cual se utilizaron ecuaciones diferenciales formuladas a partir de la Ley de Ohm para la parte eléctrica y la segunda ley de Newton para la parte mecánica.

El modelo matemático obtenido en este trabajo, describe la respuesta dinámica de los servomotores a diferentes condiciones de una señal de control y de referencia. Para logra lo anterior se utilizaron las Transformadas de Laplace para poder simular el modelo del servomotor y del controlador en el software Matlab-Simulink®.

Aunado a lo anterior, se realizaron simulaciones numéricas con el modelo obtenido y con la sustitución de los datos del servomotor para observar la respuesta de un servomotor en lazo abierto con diferentes señales de referencia, posteriormente se realizaron simulaciones numéricas en lazo cerrado para ubicar las ganancias de los controladores PI que estabilizaran la velocidad del servosistema maestro, la del esclavo y la sincronía de velocidad entre ellos.

Se configuró y diseñó un programa en el software RSLOGIX5000® que permitió implementar estos algoritmos de control de forma práctica con los dos servosistemas obteniendo un resultado interesante, ya que se disminuyó el error de sincronía de velocidad entre los dos servosistemas desde el transitorio de la señal hasta su **estado estacionario de 2 rad/s a 0.2 rad/s** con la implementación de los algoritmos de control y el de **sincronización**.

Se concluye en este trabajo de tesis que se necesita una plataforma tecnológica abierta que permita implementar de una forma más sencilla y práctica los algoritmos de control y sincronización desarrollados teóricamente.

# ÍNDICE

CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN.....	1
1.1. ANTECEDENTES.....	1
1.1.1. Sincronización externa.....	2
1.1.2. Sincronización mutua.....	3
1.2. SERVOSISTEMAS.....	4
1.2.1. Servomotores.....	4
1.2.2. Servoamplificador.....	4
1.2.3. Encoder.....	4
1.2.4. Servosistema.....	5
1.3. CONTROLADORES PARA AUTOMATIZACIÓN.....	6
1.4. ALGORITMOS DE CONTROL.....	6
1.5. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.....	7
1.5.1. Sincronización Mecánica.....	7
1.5.2. Sincronización electrónica.....	7
1.5.3. Sincronización mediante servosistemas.....	8
1.6. JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA.....	9
1.7. OBJETIVOS.....	10
1.7.1. Objetivo general.....	10
1.7.2. Objetivos específicos.....	10
1.8. HIPÓTESIS.....	11
CAPÍTULO 2 MARCO TEÓRICO.....	12
2.1. MÁQUINAS ELÉCTRICAS.....	12
2.1.1. Motores de corriente alterna.....	12
2.1.2. Motores de corriente directa.....	12
2.1.3. Servomotor.....	13

2.1.4. Inercia y coeficiente de fricción .....	14
2.2. MODELADO MATEMÁTICO .....	15
2.2.1. ¿Qué es un modelo matemático? .....	15
2.2.2. Definiciones en un sistema de control.....	16
2.2.3. Modelo matemático de un motor de CD.....	18
2.3. CONTROLADOR PI.....	20
CAPÍTULO 3 SIMULACIONES DEL MODELO MATEMÁTICO.....	21
3.1. FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DEL SERVOMOTOR .....	21
3.2. SIMULACIONES EN LAZO ABIERTO.....	22
3.3 SIMULACIÓN DEL SISTEMA EN LAZO CERRADO .....	23
3.3.1 Resultados de las simulaciones del servomotor en lazo cerrado.....	24
3.4 SIMULACIONES EN LAZO CERRADO DE LA SINCRONIZACIÓN DE DOS SERVOMOTORES EN CONFIGURACIÓN MAESTRO-ESCLAVO .....	27
3.5 SIMULACIONES EN LAZO CERRADO MAESTRO-ESCLAVO CON PI EXTERNO PARA SU SINCRONIZACIÓN .....	30
CAPÍTULO 4 IMPLEMENTACIÓN DE ALGORITMOS DE CONTROL.....	33
4.1 INTRODUCCIÓN .....	33
4.2 CONFIGURACIÓN DE HARDWARE.....	34
4.3 IMPLEMENTACIÓN DE ALGORITMOS.....	35
4.3.1 Sincronización de servosistemas mediante instrucción de engranaje .....	35
4.3.2 Sincronización de servosistemas con algoritmo PI externo .....	38
4.4 ANÁLISIS DE RESULTADOS .....	41
CONCLUSIONES:.....	43
RECOMENDACIONES: .....	44
BIBLIOGRAFÍA:.....	45
ANEXO A FUNCION DE TRANSFERENCIA DEL SERVOMOTOR	
ANEXO B PARÁMETROS DEL SERVOMOTOR	
ANEXO C CALCULO DE GANACIAS DEL MODELO DEL SERVOMOTOR	
ANEXO D ESPECIFICACIONES DEL PLC	

## GLOSARIO

En este apartado se describen la mayoría de los vocablos, constantes y nomenclatura utilizadas a lo largo de este trabajo de tesis. El objetivo de detallar estas definiciones es para facilitar una mejor comprensión por parte del lector de los conceptos aquí descritos.

$v(t)$	Voltaje de entrada (V)	$T_m$	Torque eléctrico del motor $= K_t i(t)$
L	Inductancia (H)	$J_m$	Momento de inercia del motor= $N.m.s^2/rad$
R	Resistencia ( $\Omega$ )	J	Inercia de un cuerpo
$i(t)$	Corriente eléctrica (A)	$K_t$	Constante de torque del motor = $N.m/A$
$K_e$	Constante de voltaje = $V.s/rad$	$\omega_m$	velocidad angular del motor = $rad/s$
$V_B(t)$	Voltaje de fuerza contra-electromotriz= $K_e \omega_m$ (V)	$\alpha$	Aceleración angular= $d\omega/dt =rad/s^2$
$B_m$	Coeficiente de fricción viscosa del motor= $N.m.s/rad$	$T_L$	Torque de carga (N.m)
F	Fuerza en N.m	m	Masa de un cuerpo
A	Aceleración lineal de un cuerpo	$T(t)$	Torque
$K_P$	Valor de ganancia proporcional	$K_i$	Valor de ganancia integral
$u(t)$	Señal de control	$e(t)$	Señal de error
$K_m$	Constante del motor= $rad/V.s$	$\tau$	Constante de tiempo= $s$





# CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN

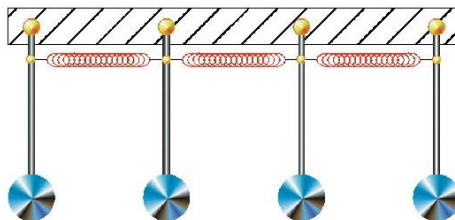
## 1.1. ANTECEDENTES

El interés por comprender la sincronización de eventos y de sistemas mecánicos data desde el siglo XVII, en ese tiempo el científico alemán Christian Huygens estudió la sincronización de relojes de péndulo en una simple construcción. Desde ese tiempo se han realizado innumerables esfuerzos para mejorar el entendimiento del verdadero mecanismo por el cual dos sistemas similares llegan a sincronizarse [1].

En este contexto, el término **sincronización** es usado para describir las causas y efectos por los cuales se logra que dos o más movimientos, fenómenos o sistemas coincidan en el tiempo.

Cabe mencionar que aunque existen diversos ejemplos en la naturaleza donde dos o más sistemas logran sincronizarse de forma natural, por ejemplo, los relojes de Huygens (ver figura 1).

Existen sistemas o mecanismos los cuales no necesariamente se sincronizan a menos que se utilice una señal externa para lograr dicho propósito.



**Figura 1. Péndulos acoplados por medio de resortes y que permiten corroborar el fenómeno de sincronía descubierto por Huygens.**

Existen dos clases de problemas relacionados a la sincronización de sistemas, llamados “**sincronización externa**” y “**sincronización mutua**” [1].

### 1.1.1. Sincronización externa

En este tipo de sincronización, la información disponible (posición y velocidad angular) es compartida del servosistema líder llamado "maestro" a los servosistemas seguidores llamados "esclavos".

**Ventajas:** no es necesario conocer todos los estados de los servosistemas involucrados, es la topología de sincronización más utilizada. Se necesita de un controlador de menor capacidad de procesamiento ya que no necesita conocer todos los estados de los subsistemas esclavos.

**Desventajas:** si existe un error o falla de seguimiento en el servosistema maestro, los esclavos también se verán afectados.

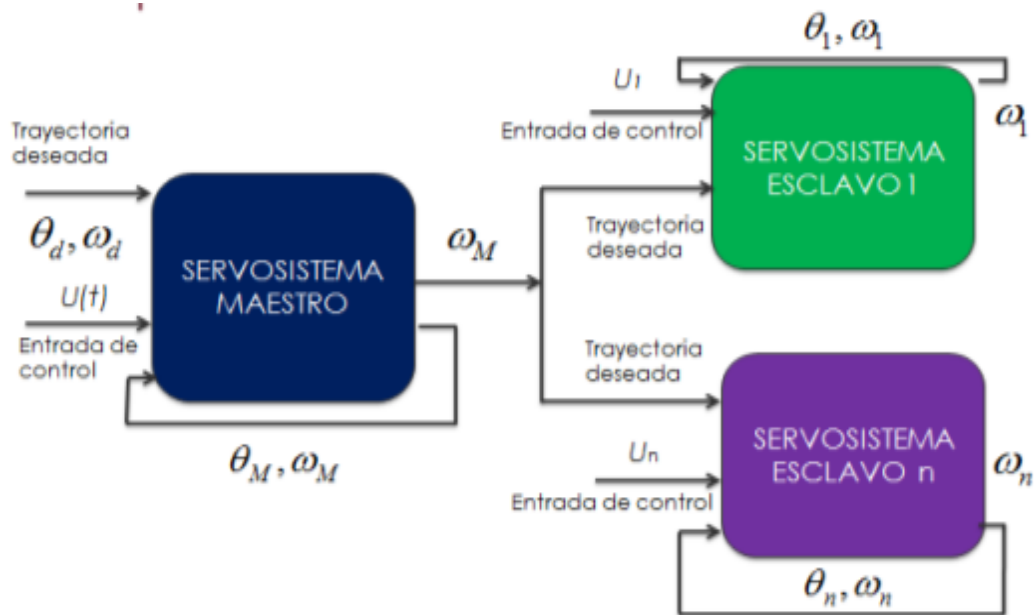


Figura 2. Esquema de sincronización externa

### 1.1.2. Sincronización mutua

En la sincronización mutua la información es compartida entre todos los servosistemas involucrados. Este tipo de sincronización está basada en la idea del acoplamiento de errores entre todos los servosistemas.

Los esquemas de sincronización mutua propuestos controlan las relaciones entre la posición y velocidades de los servosistemas individuales en el sistema multi-compuesto, es decir, la meta no solo consiste en asegurar la convergencia de la posición y velocidad de cada subsistema individual a la trayectoria común deseada, sino que las trayectorias de cada sistema se hagan converger a cada una de las trayectorias de todos los subsistemas.

**Ventajas:** Presenta mejor desempeño o es robusta durante los transitorios o perturbaciones repentinas, menores tiempos de convergencia, sobre-disparos y errores de acoplamiento durante los tiempos transitorios en los que la sincronización es realizada.

**Desventajas:** Dentro de las desventajas de este tipo de sincronización están relacionados con la necesidad de compartir la información entre los subsistemas, lo que necesita de un controlador que procese la mayor cantidad de información y ejecute las leyes de control más complejas para minimizar el error de sincronización entre los mismos.

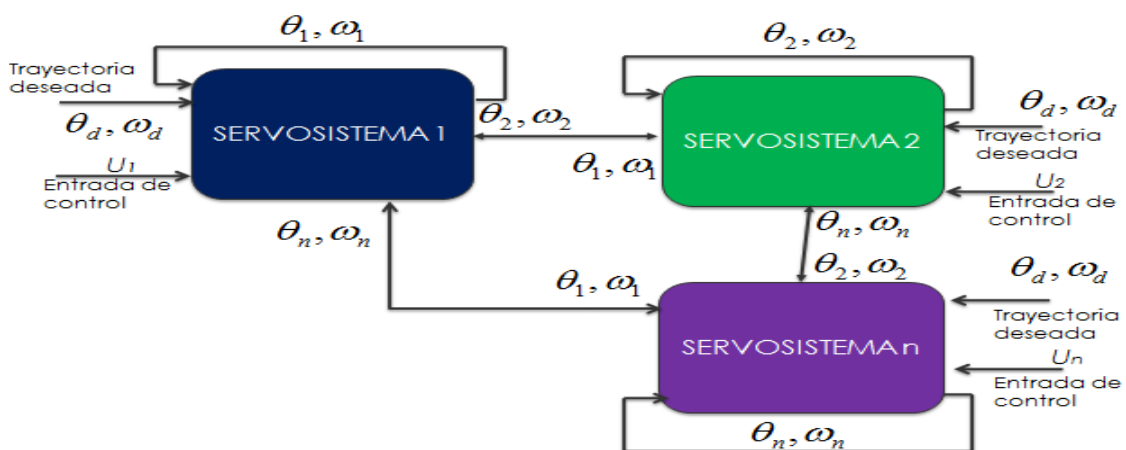


Figura 3. Esquema de sincronización mutua

## **1.2. SERVOSISTEMAS**

### **1.2.1. Servomotores**

¿Qué es un servomotor y que función cumple en un servosistema?

Una definición puede ser: un motor [2] que obedece señales de control de un dispositivo de potencia eléctrica comúnmente llamado servoamplificador, para mantener y controlar su posición y velocidad angular, y que con el uso de mecanismos de transmisión de potencia mecánica como un reductor, engranes, poleas, piñón-cremallera puede realizar una tarea en específico dentro de diferentes procesos de manufactura.

En la actualidad el uso de servomotores ha alcanzado gran relevancia en diferentes aplicaciones de procesos de manufactura, esto debido a su alto desempeño en precisión de la posición, velocidad y torque. Algunas aplicaciones son: robots manipuladores, sistemas de control numérico, máquinas de corte por láser o chorro de agua, máquinas envolventoras horizontales y verticales, sistemas de etiquetado automático, sistemas de indexado.

### **1.2.2. Servoamplificador**

Un servoamplificador es un dispositivo de potencia que realiza control para mantener la posición, velocidad y torque de un servomotor dentro de un régimen establecido [3].

Este cuenta con varias etapas, una de las más importantes es la etapa de potencia, que rectifica el voltaje de corriente alterna a voltaje de corriente directa para que al recibir la señal de control de baja potencia la convierta a una señal de alta potencia de voltaje de corriente directa usando modulación de ancho de pulso.

### **1.2.3. Encoder**

Para conocer la posición y velocidad angular en un dispositivo rotatorio o flecha mecánica del servomotor, se utiliza un dispositivo transductor y codificador de estas señales llamado encoder (del vocablo en inglés)[4],[5], que convierte las señales de posición y/o velocidad en señales eléctricas para retroalimentar al servoamplificador o al controlador de movimiento y le permita comparar la señal de comanda de control con la de la salida y en base a esto generar una señal de error que se procesa en el servodrives para ajustar el voltaje de control.

### 1.2.4. Servosistema

Un servosistema se puede definir como el conjunto formado por el servomotor, servoamplificador y el transductor, funcionando en lazo cerrado para lograr un control óptimo y estable de la señal de control deseada, la cual puede ser posición o velocidad [6], [7], [8].

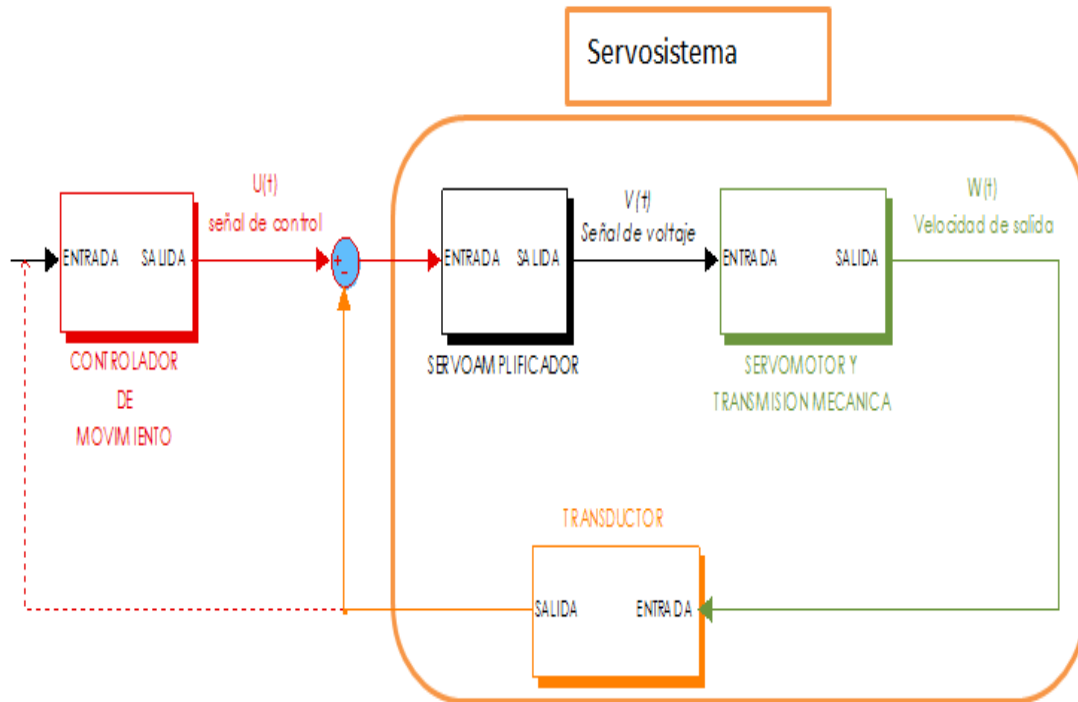


Figura 4. Esquema de un servosistema

### 1.3. CONTROLADORES PARA AUTOMATIZACIÓN

Un componente fundamental en todo proceso de automatización es un controlador digital, el cual se puede clasificar en tres categorías [9]:

**Controlador de movimiento:** este es capaz de controlar la posición y velocidad de uno o más servosistemas, trabajando de forma individual o en un movimiento coordinado de varios servosistemas.

**Control Numérico Computarizado (CNC):** este tipo de controladores contienen más de un controlador de movimiento además de un generador de trayectorias ya que se utilizan generalmente en el área de robótica y de máquinas y herramientas avanzadas ya sean verticales o horizontales, debido a la gran capacidad de información y de control que se requiere en las mismas con el error menor posible de todos los servosistemas involucrados, estos se basan en la topología de sincronización mutua.

**Controladores de lógica programable:** estos son capaces de controlar operaciones lógicas de un proceso mediante interfaces de entrada y salida para señales digitales o analógicas de dispositivos de control, los más modernos incluyen la parte de redes de comunicación industriales como Ethernet/IP, Ethercat, Profinet. El avance de la tecnología ha permitido desarrollar nuevos equipos capaces de realizar operaciones lógicas de proceso, manejo de buses de redes, y manejo de control de movimiento en el mismo controlador.

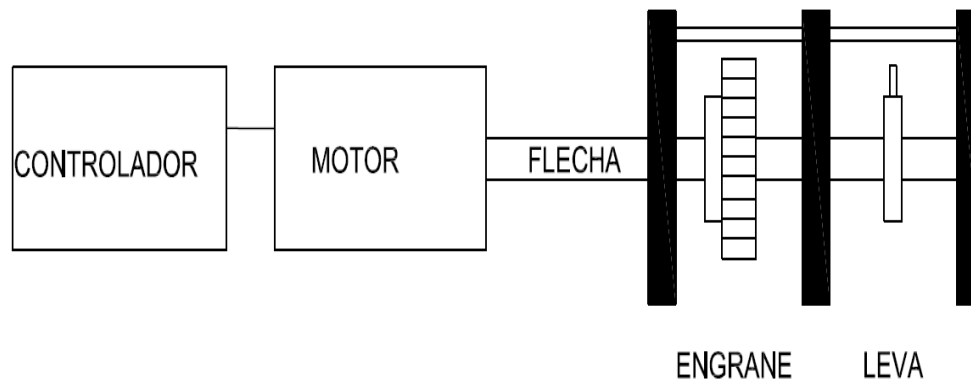
### 1.4. ALGORITMOS DE CONTROL

Un algoritmo de control se puede definir como una secuencia precisa de operaciones que conduce a la resolución de un problema, en este caso el de estabilizar dentro de un rango especificado la velocidad del servosistema maestro y del servosistema esclavo y la sincronización de la misma entre ambos servosistemas. Es decir, una secuencia ordenada de operaciones para obtener una salida específica a partir de una entrada específica.

## 1.5. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

### 1.5.1. Sincronización Mecánica

El problema desde el punto de vista de manufactura reside en un proceso de envoltura, el cual es realizado mediante una máquina que está sincronizada mediante engranes, poleas y levas, este proceso es para la envoltura de dulces de forma individual. Es complicado realizar incrementos en velocidad debido a las limitantes de los sistemas mecánicos, además de que no se tiene la flexibilidad de realizar un cambio rápido del tamaño en la máquina ya que se tienen que realizar y diseñar diferentes mecanismos para poder lograrlo, aunado al tiempo de paro para fabricación, ajustes y puesta en marcha con los nuevos componentes.

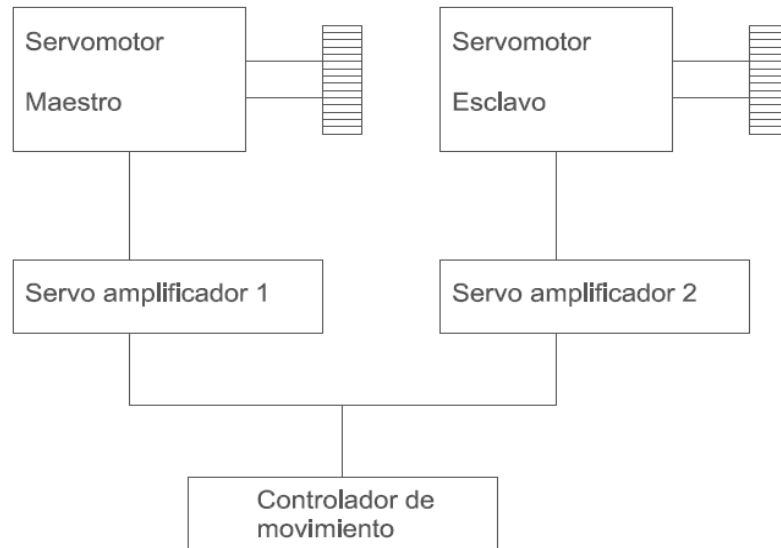


**Figura 5. Esquema de sincronización mecánica**

### 1.5.2. Sincronización electrónica

El problema desde el punto de vista de control, el sincronizar 2 o más servosistemas en el estado de velocidad es complicado, ya que primero se tiene que controlar el servosistema maestro que tenga una respuesta dinámica adecuada y su error de estado estacionario del estado de velocidad se aproxime a cero, segundo se tiene que controlar también el servosistema esclavo y posteriormente que el servosistema maestro le mande la señal de referencia al esclavo de cierta magnitud, para tratar que los 2 se sincronicen como si fueran un solo eje mecánico. Para lograrlo se tienen que diseñar algoritmos de control que controlen la respuesta de cada servosistema y

después la sincronización entre ambos, se necesita conocer el modelo matemático del servomotor ya que es el que describe el comportamiento dinámico del mismo.



**Figura 6. Esquema de sincronización mediante servosistemas**

### **1.5.3. Sincronización mediante servosistemas**

El problema a resolver en este trabajo de tesis es lograr la sincronización de velocidad de dos servosistemas con un mínimo error entre ellos, esto para sentar las bases para un prototipo de envoltura que permita la flexibilidad de cambios de velocidad en el proceso de envoltura.



## 1.6. JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA

El problema de sincronización de servosistemas es de gran importancia para la empresa **Canelis S.A. de C.V.** ya que sentará las bases para el desarrollo de un prototipo para el proceso de envoltura que permitirá mejorar la velocidad y el cambio rápido a un nuevo formato de envoltura con mínimos ajustes mecánicos.

Es cierto que existen máquinas en el mercado comercial, incluso, en la misma empresa, que cuentan con servosistemas. Pero no son flexibles a cambios de formato y ajustes de velocidad rápidos, ya que se depende de un fabricante que por lo general es extranjero y no son flexibles en su tecnología, es decir es una caja negra para la empresa. Es por eso que la empresa **Canelis** está trabajando en proyectos de innovación tecnológica que requieren de formar Recursos humanos especializados, para la dirección, gestión, ejecución y asimilación de la transferencia tecnológica de estos proyectos.

## **1.7. OBJETIVOS**

### **1.7.1. Objetivo general**

Diseñar algoritmos de control para la sincronización del estado de velocidad de servosistemas con el fin de poder ser implementados en un controlador lógico programable para un prototipo de envoltura.

### **1.7.2. Objetivos específicos**

- I. Investigación de modelos matemáticos, control automático, servosistemas, sincronización.
- II. Modelado matemático del servomotor y controlador de velocidad.
- III. Simulaciones numéricas en lazo abierto de servosistemas.
- IV. Simulaciones numéricas en lazo cerrado para control de velocidad de servosistemas.
- V. Simulaciones numéricas para sincronización de servosistemas en topología maestro-esclavo.
- VI. Implementación práctica de algoritmos en controlador lógico programable.
- VII. Análisis de resultados

## **1.8. HIPÓTESIS**

**“Mediante el diseño de algoritmos de control, se pretende disminuir el error de sincronización a un 5% o menos, respecto a una referencia especificada de 62.83 rad/s del estado de velocidad de dos servosistemas, en la topología maestro-esclavo con el uso del controlador PI, para el proceso de envoltura del área de manufactura”**

## CAPÍTULO 2 MARCO TEÓRICO

### 2.1. MÁQUINAS ELÉCTRICAS

Los motores eléctricos son llamados también máquinas eléctricas, principalmente porque transforman la energía eléctrica en energía mecánica y se clasifican según su configuración eléctrica en motores de corriente alterna y motores de corriente directa.

#### 2.1.1. Motores de corriente alterna

Un motor de corriente alterna es aquel que funciona cuando se le suministra una señal de voltaje sinusoidal con amplitud y frecuencia determinada; se clasifican como monofásicos y trifásicos (universales) y dentro de esta última clasificación como de inducción, rotor devanado, jaula de ardilla, **o motores síncronos de imán permanente (llamados también motores de cd sin escobillas de imán permanente)** [10], [11], [12].

#### 2.1.2. Motores de corriente directa

Un motor de corriente directa es aquel que funciona con una señal continua de voltaje, que comúnmente proviene de una etapa de rectificado de una señal sinusoidal de corriente alterna, estos se clasifican de en dos ramas de **imanes permanentes** y dependiendo del tipo de conexión [13], en:

Serie: conexión de la armadura y el campo en serie

Paralelo: conexión de la armadura y el campo en paralelo

Compuesto: es la combinación de las conexiones en serie y paralelo de la armadura y el campo.

Para la conexión de la armadura se utilizan escobillas que son las que hacen contacto con el conmutador de la misma, ya sean el motor de imán permanente o de campo.

### 2.1.3. Servomotor

La palabra servo proviene del latín “**servus**” que **significa obedecer**, entonces un servomotor es un motor que **obedece** a una señal de entrada, para modificar su señal de salida, ya sea de posición o velocidad.

Los servomotores de CD de imán permanente tradicionales han sido usados en la industria por muchos años, la principal razón es porque un servomotor de CD es fácil de controlar usando un voltaje ajustable de CD. El campo magnético creado por los imanes permanentes interactúa con el flujo de corriente del rotor de la armadura creando esta interacción un **momento de fuerza de giro** para vencer la inercia de la armadura y de la carga, comúnmente llamado **torque**. Este torque es máximo cuando el vector del campo magnético es perpendicular al vector de corriente es decir se encuentran a 90° uno del otro. Como el campo magnético es permanente se tiene una constante de torque, y el torque producido por el servomotor se define como [14], [15]:

$$T_m(t) = k_t \cdot I(t) \text{ Ecuación 1}$$

Cuando se aplica un voltaje a un servomotor de CD de imanes permanentes, ocurren tres caídas de voltaje en el circuito eléctrico, la primera en la resistencia, la segunda en la inductancia y la tercera es la fuerza contra-electromotriz del vocablo en ingles BEMF (back electromotive force) es un voltaje que se produce en este tipo de motores y se opone al voltaje aplicado, esta fuerza contra electromotriz depende del campo magnético y de la velocidad del servomotor. Dicha BEMF es un efecto indeseable aunque inevitable en este tipo de servomotores, su ecuación se define como [16], [17], [18]:

$$v_b(t) = k_e \cdot \omega_m(t) \text{ Ecuación 2}$$

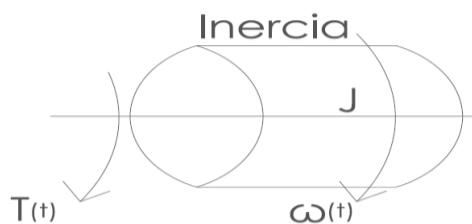
#### 2.1.4. Inercia y coeficiente de fricción

Se puede definir a la inercia como la medida de la resistencia de un cuerpo a cambiar de estado cuando es perturbado por una fuerza externa. Dicha inercia aplica cuando el cuerpo está en reposo o moviéndose a velocidad constante. Debido a que esta depende de la masa y la forma del objeto, una inercia alta requiere un alto torque para acelerar o desacelerar al objeto o cuerpo. Las fórmulas para el cálculo de la Fuerza en un movimiento lineal están regidas por la segunda Ley de Newton [19]:

$$F = m \cdot a \quad \text{Ecuación 3}$$

Donde F es la fuerza aplicada al objeto, "m" su masa y "a" la aceleración del mismo.

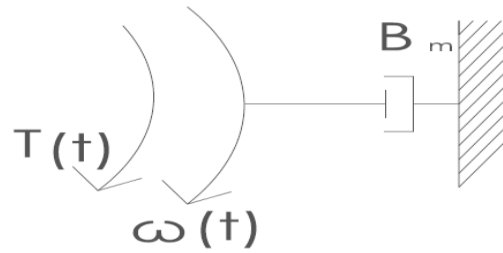
Para el movimiento rotatorio:



$$T(t) = J \cdot \alpha \quad \text{Ecuación 4}$$

Donde "T" es el torque aplicado, "J" es la inercia del objeto en rotación y alfa ( $\alpha$ ) la aceleración angular del cuerpo.

Como la armadura o rotor de un servomotor de imán permanente contienen rodamientos para el giro de la misma, se tiene un coeficiente de fricción viscosa debido a sus propiedades mecánicas, la cual se modela de la siguiente manera cuando se trabaja con torque [19]:



$$T(t) = B_m \cdot \omega(t) \text{ Ecuación 5}$$

## 2.2. MODELADO MATEMÁTICO

### 2.2.1. ¿Qué es un modelo matemático?

Es una expresión que describe las relaciones más importantes entre las entradas y salidas de un sistema. El cual puede estar compuesto por una o más ecuaciones diferenciales que pueden ser lineales o no. Un buen modelo matemático es aquel que puede describir la respuesta inicial del sistema, su estado estacionario y en general su rendimiento dinámico.

En general un modelo matemático se puede obtener de datos estadísticos, o de las leyes que rigen la dinámica de ciertos sistemas, como por ejemplo la Ley de Ohm para modelar un circuito eléctrico, la segunda ley de Newton para sistemas en movimiento rotacional, la Ley de Hook para modelar el comportamiento de un resorte o la Ley de Bernoulli para modelar el comportamiento de un fluido, por mencionar algunas [20].

Algunos pasos o metodología que se pueden seguir para formular un modelo matemático y validarlo pueden ser los siguientes:

- i. Definir todos los componentes que interactúan en el sistema
- ii. Buscar las leyes o principios que rigen la dinámica de los mismos.
- iii. Establecer los objetivos de rendimiento del sistema.
- iv. Formular un modelo de parámetros concentrados.
- v. Transformar el modelo matemático en un código apropiado para facilitar su simulación numérica.

vi. Simular el modelo matemático y probar alternativas de desempeño.

vii. Examinar las soluciones y suposiciones.

viii. Diseñar e implementar un algoritmo de control para el modelo definido

Hay que aclarar que tanto el servosistema como el algoritmo de control son dos modelos matemáticos que al interactuar pueden modelarse como un solo bloque.

### 2.2.2. Definiciones en un sistema de control

Un sistema o modelo en lazo abierto, es aquel donde se tiene una entrada de referencia que afecta a un bloque llamado planta para producir una salida, es decir, que para cada señal de entrada habrá una salida diferente.



Figura 7. Sistema en lazo abierto

Un sistema en lazo cerrado es aquel donde la salida del sistema se mide y se regresa (retroalimentación) al punto de entrada  $U(S)$  para calcular el error  $E(s)$  o la desviación ocurrida respecto a la señal de entrada y mejorar la respuesta en la señal de salida  $R(S)$ .

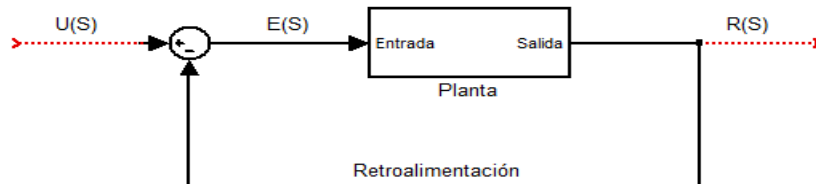


Figura 8. Sistema en lazo cerrado



Una función de transferencia es la representación de un sistema o planta en lazo cerrado en el dominio de la frecuencia es decir usando la transformada de Laplace, modelo de la variable de entrada respecto a la salida, como ejemplo si  $V(S)$  es voltaje aplicado a un motor,  $W(S)$  es la velocidad angular del motor y su planta está representada por un ganancia  $K_m$ , su tiempo característico  $\tau$ , la función de transferencia del sistema se puede escribir como:

$$\frac{W(s)}{V(s)} = \frac{K_m}{\tau s + 1} \quad \text{Ecuación 6}$$

Transformada de Laplace

Mediante el uso de la transformada de Laplace, es posible convertir muchas funciones comunes, tales como las funciones senoidales, las funciones senoidales amortiguadas y las funciones exponenciales, en funciones algebraicas de una variable  $s$  compleja. Las operaciones tales como la diferenciación la integración se sustituyen mediante operaciones algebraicas en el plano complejo.

Una ventaja del método de la transformada de Laplace es que permite el uso de técnicas gráficas para predecir el desempeño de los servosistemas, sin tener que resolver las ecuaciones diferenciales. Otra ventaja del método de la transformada de Laplace es que, cuando se resuelve la ecuación diferencial, es posible obtener simultáneamente la respuesta transitoria y la respuesta en estado estable del servosistema.

### 2.2.3.- Modelo matemático de un motor de CD

El modelo matemático del servomotor es necesario para poder realizar simulaciones en lazo abierto al aplicarle entradas escalón de voltaje, conocer su respuesta de velocidad, el comportamiento dinámico y en estado estacionario, esto con el fin de diseñar un algoritmo de control que nos permita: (i) Primero estabilizar la velocidad deseada del servosistema maestro y (ii) Después la del servosistema esclavo en lazo cerrado.

Para obtener el modelo matemático del servomotor se utilizan ecuaciones diferenciales y se formulan a partir de la ley de Kirchhoff para el circuito eléctrico y la ley de Newton para la parte mecánica, dado que se tiene como parámetros la resistencia, inductancia, back EFM, inercia, fricción, por lo tanto se tiene:

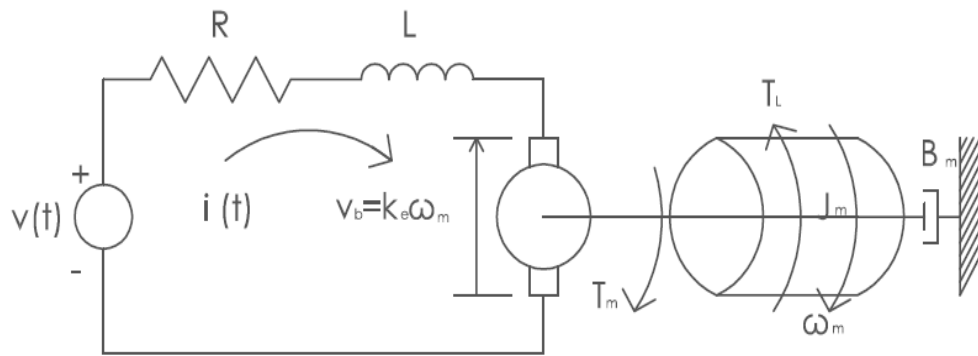


Figura 9. Diagrama electromecánico del motor de corriente directa de imanes permanentes.

$$v(t) = L \frac{di}{dt} + R i(t) + v_b(t) \quad \text{Ecuación 7}$$

$$T_m = J_m \frac{d\omega_m}{dt} + B_m \cdot \omega_m + T_L \quad \text{Ecuación 8}$$

Asumiendo el torque de la carga  $T_L=0$  [21] y aplicando transformadas de Laplace con condiciones iniciales iguales a cero a partir de la ecuación 20 (**ver anexo A**), se tiene:

$$W(s) = \frac{K_t V(s)}{(J_m s + B_m)(L s + R) + K_e K_t} \quad \text{Ecuación 9}$$

La inductancia por ser muy pequeña en comparación al orden de magnitud de la resistencia se toma  $L \approx 0$  [21], y se obtiene la siguiente ecuación:

$$\frac{W(s)}{V(s)} = \frac{K_m}{\tau s + 1} \quad \text{Ecuación 10}$$

Donde :

$$K_m = \frac{K_t}{R B_m + K_e K_t} \quad \text{Ecuación 11}$$

$$\tau = \frac{R J_m}{R B_m + K_e K_t} \quad \text{Ecuación 12}$$

### 2.3. CONTROLADOR PI

Para controlar la respuesta de velocidad del servomotor en lazo cerrado y cuando se le aplique un escalón de velocidad, se utiliza un controlador del tipo Proporcional-Integral [22],[23] cuya ecuación se define como:

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(t) dt \text{ Ecuación 13}$$

La ganancia proporcional  $k_p$  permite al sistema responder más rápido o más lento dependiendo de la magnitud y signo del error, la ganancia integral  $k_i$  le permite al sistema estabilizar su respuesta en estado estacionario. Es por esa razón que el controlador PI (proporcional-integral) es muy comúnmente utilizado en aplicaciones industriales para control de velocidad. Aplicando transformada de Laplace a la ecuación 13 con condiciones iniciales iguales a cero se tiene la siguiente ecuación:

$$U(s) = k_p E(s) + k_i \frac{E(s)}{s} \text{ Ecuación 14}$$

Con las ecuaciones 10 y 14 en el capítulo siguiente se procederá primero (i) a obtener el modelo matemático para el servomotor seleccionado en nuestra aplicación, sustituyendo los parámetros proporcionados por el fabricante. Y (ii) Sintonizar las ganancias del controlador PI mediante simulaciones numéricas en lazo cerrado y usando el software comercial de Matlab-Simulink®.

## CAPÍTULO 3 SIMULACIONES DEL MODELO MATEMÁTICO

### 3.1. FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DEL SERVOMOTOR

Para poder conocer la respuesta dinámica de velocidad del servomotor, primero se sustituyen los valores del servomotor utilizado, aclarando que los valores de los parámetros del servomotor maestro son iguales a los del servomotor esclavo (mismos valores de parámetros proporcionados por el fabricante).

Por esta razón, en este capítulo solo se simulará la respuesta en lazo abierto de un solo servomotor ante diversas entradas de voltaje en escalón.

Partiendo de la ecuación 10 (capítulo II) y sustituyendo los valores de los parámetros obtenidos en los anexos B y C, obtenemos la función de transferencia del servomotor correspondiente a nuestra aplicación y que se utilizó para las simulaciones en lazo abierto en Simulink®.

$$\frac{W(s)}{V(s)} = \frac{3.562}{0.001616s + 1} \quad \text{Ecuación 15}$$

La ecuación 15 representa el modelo en lazo abierto del servomotor Maestro, al cual se le aplicarán entradas escalón de voltaje para observar su respuesta dinámica que para nuestro caso es la velocidad angular del motor. Para esta aplicación se utiliza una etapa mecánica de reducción (reductor de velocidad) con una relación de 5:1 el cual se indica en el modelo como una ganancia  $K=0.2$ .

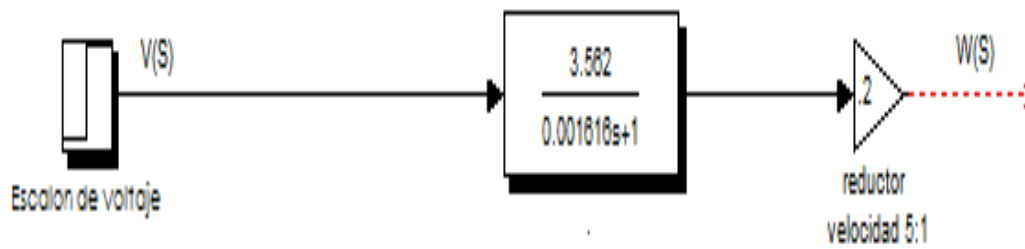
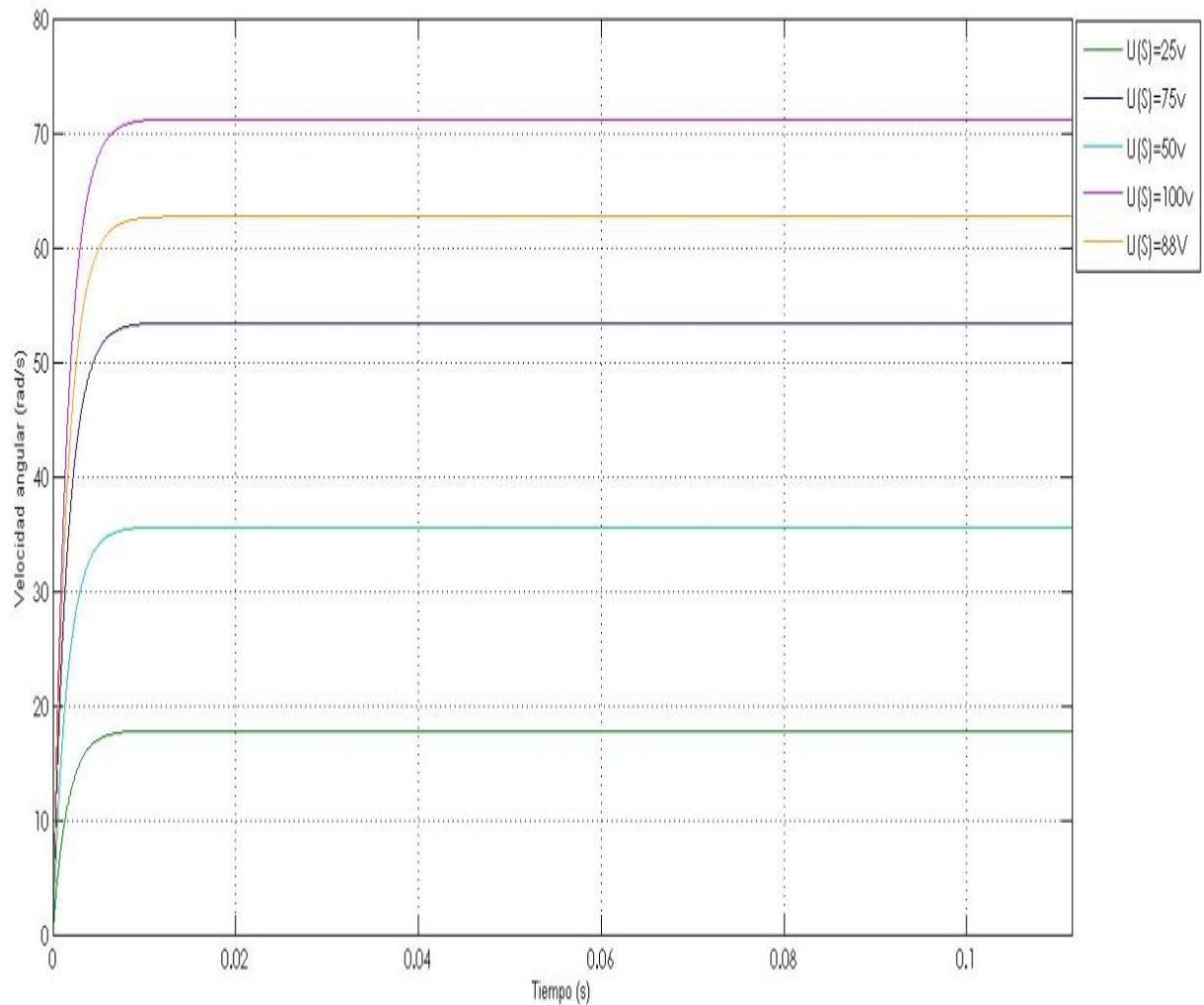


Figura 10. Diagrama a bloques del modelo de servomotor para su simulación numérica en Lazo abierto, donde  $V(s)$  es el voltaje aplicado en volts y  $W(s)$  es la velocidad angular en Rad/s.

### 3.2. SIMULACIONES EN LAZO ABIERTO

En esta sección se muestran las simulaciones en Lazo abierto con diferentes entradas escalón de: 25, 50, 75, 88 y 100 volts al modelo del servomotor.

La figura 11 muestra la respuesta del servomotor a diferentes entradas escalón, donde se puede observar que la respuesta es típica de un sistema de primer orden. Para el escalón de 100 volts, el motor alcanza una velocidad angular de 72 rad/s con un tiempo de estabilización de aproximadamente 10 milisegundos.

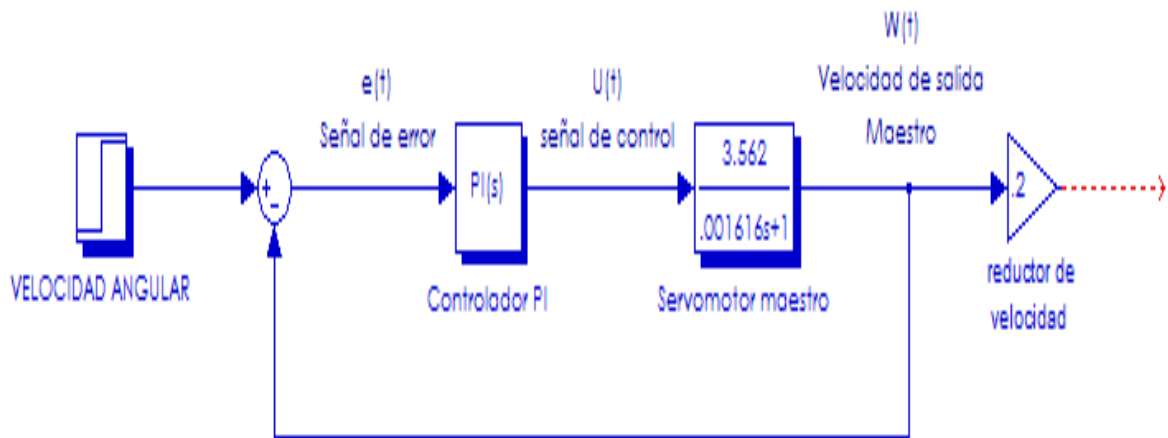


**Figura 11. Gráfica de respuesta del servomotor en lazo abierto ante diferentes entradas en escalón de voltaje**

### 3.3 SIMULACIÓN DEL SISTEMA EN LAZO CERRADO

Una vez que se simuló la respuesta del servomotor en lazo abierto, se procederá a simular el sistema en lazo cerrado, para esto debemos implementar un controlador del tipo PI, donde se busca controlar la velocidad del servomotor después de la salida del reductor, a una señal de referencia de 62.832 rad/s (600rpm).

Para lograr lo anterior, primeramente se realizan las simulaciones numéricas para seleccionar los valores de la ganancia  $K_p$  y  $K_i$  del controlador tal que cumpla con los requerimientos de desempeño de nuestra aplicación.



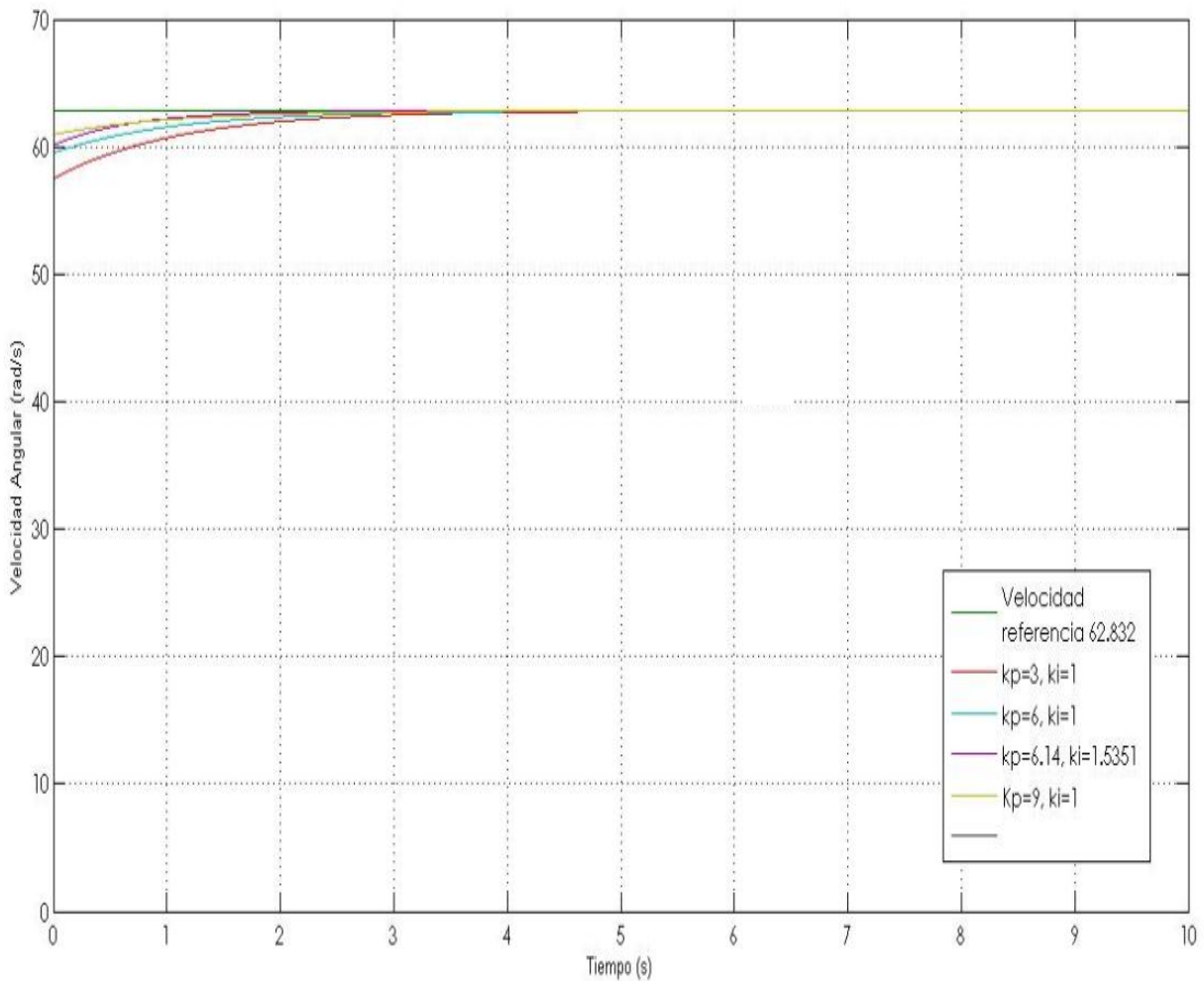
**Figura 12. Diagrama a bloques del servosistema para su simulación en lazo cerrado.**

### **3.3.1 Resultados de las simulaciones del servomotor en lazo cerrado.**

En esta sección, se realizan las simulaciones en Lazo cerrado con diferentes ganancias de  $k_p$  y de  $k_i$ , con el fin de seleccionar gráficamente aquellas que nos proporcionen los mejores resultados.

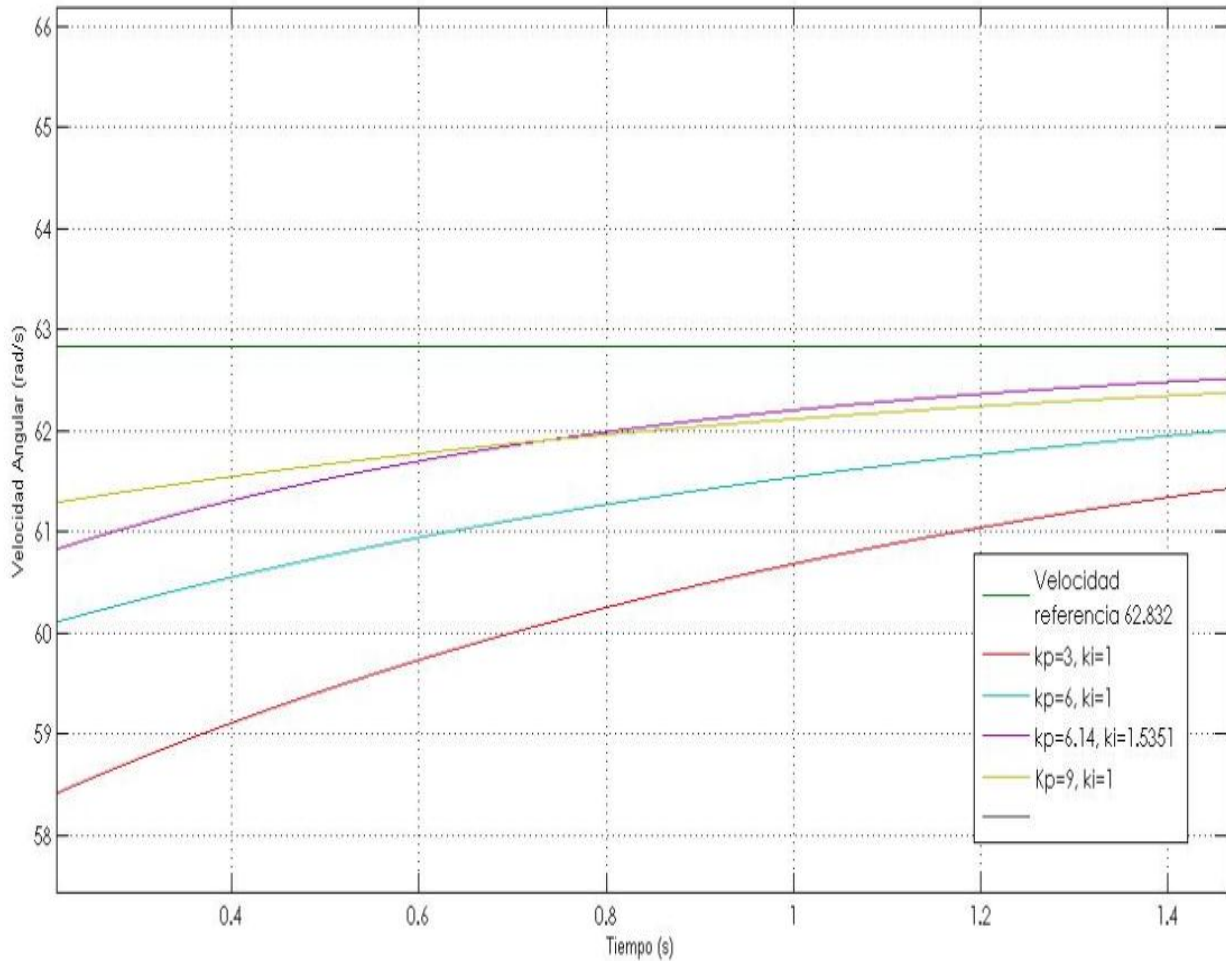
La figura 13 muestra la respuesta en lazo cerrado del servomotor ante distintos valores de las ganancias de  $K_p$  y  $K_i$ .





**Figura 13. Respuesta del servomotor ante diferentes valores de las ganancias  $K_p, K_i$**

La figura 14 muestra un acercamiento de los primeros 1.4 segundos de la simulación con el fin de observar los detalles de la respuesta del sistema. De dicha gráfica puede observarse que los valores de las ganancias  $K_p = 6.14$  y  $K_i=1.5351$ , son la que mejor desempeño tienen ya que después de 1.4 segundos se tiene un error de velocidad de aproximadamente **0.6 rad/s**, lo que representa un porcentaje del error del **1 %**, lo cual para fines teóricos es más que aceptable. La señal de referencia dada al sistema fue de 62.832 rad/s



**Figura 14. Respuesta del servomotor ante diferentes valores de ganancias  $K_p$ ,  $K_i$**

Una vez que se han seleccionado las ganancias que presentaron mejor desempeño para el control en lazo cerrado del servomotor, en la siguiente sección se procederá a realizar mediante simulaciones numéricas la sincronización de 2 servomotores cuyos valores de parámetros de sus modelos son similares.

### 3.4 SIMULACIONES EN LAZO CERRADO DE LA SINCRONIZACIÓN DE DOS SERVOMOTORES EN CONFIGURACIÓN MAESTRO-ESCLAVO

Como ya se tiene el modelo para un servomotor con el controlador PI, se replicó dicho modelo para el servosistema esclavo y se procedió a simular en conjunto las respuestas de los dos servomotores en una configuración maestro-esclavo.

La figura 15 muestra el diagrama a bloques de la conexión de los 2 modelos de los servomotores en una configuración típica de maestro esclavo. *Donde la velocidad de salida del sistema maestro es dada como referencia al sistema esclavo.*

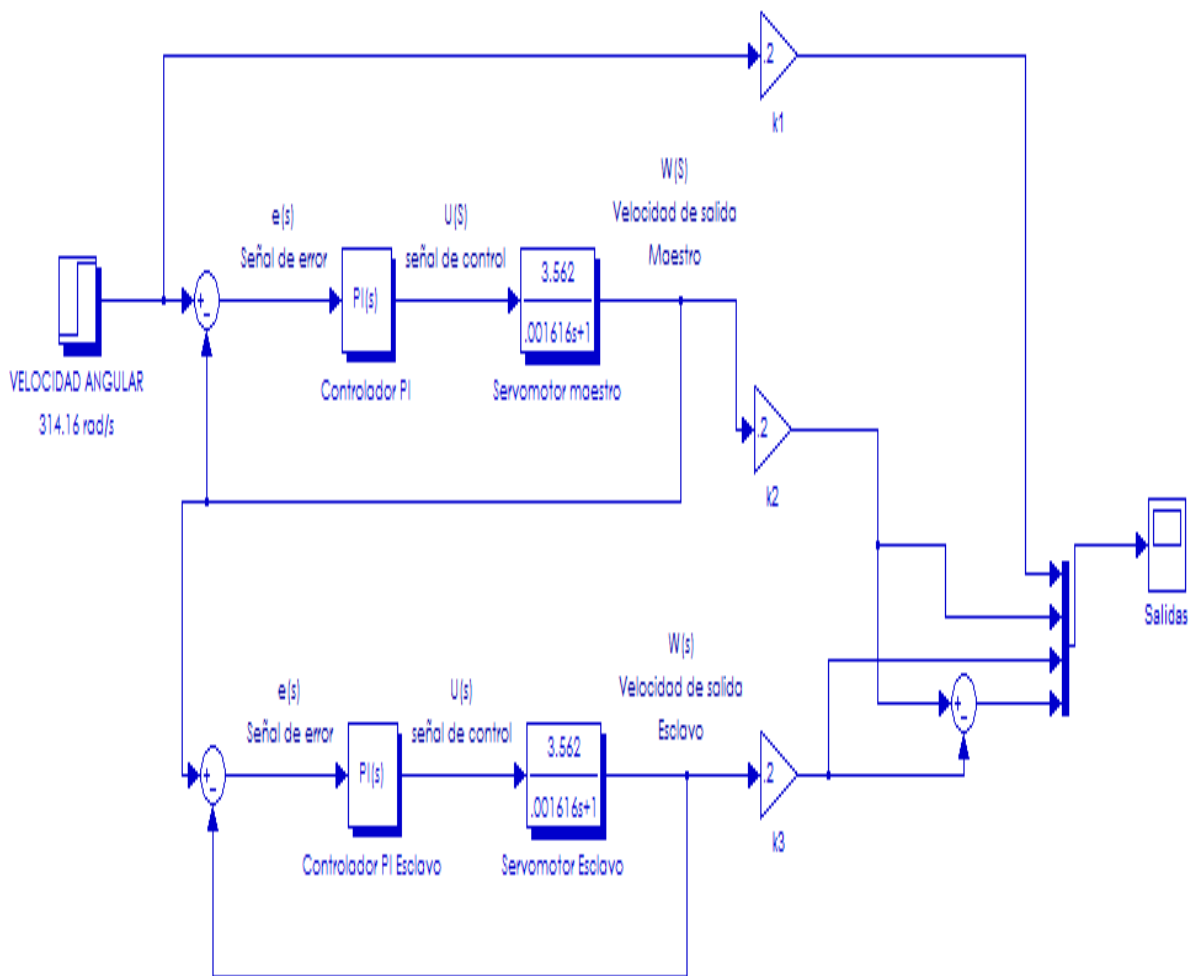
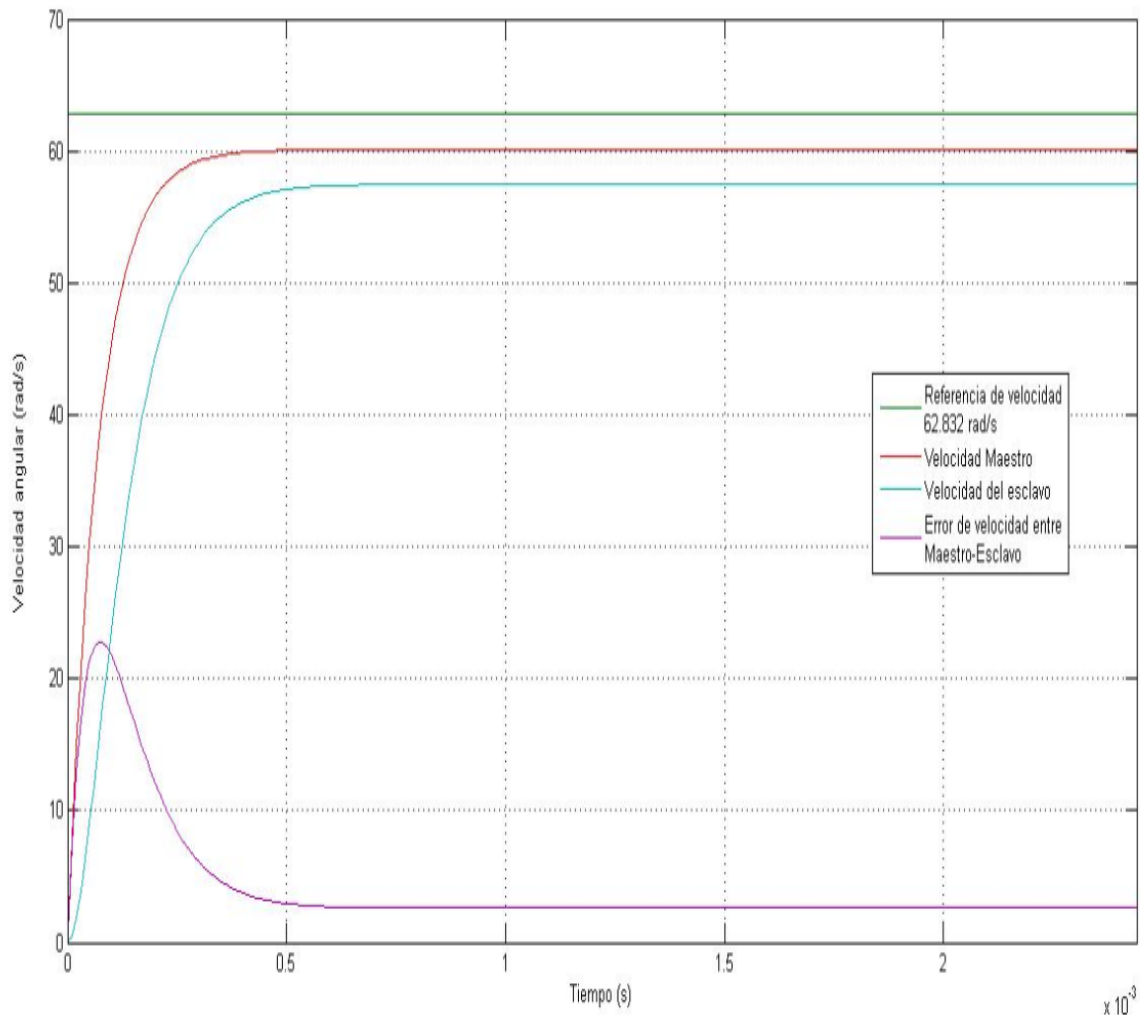


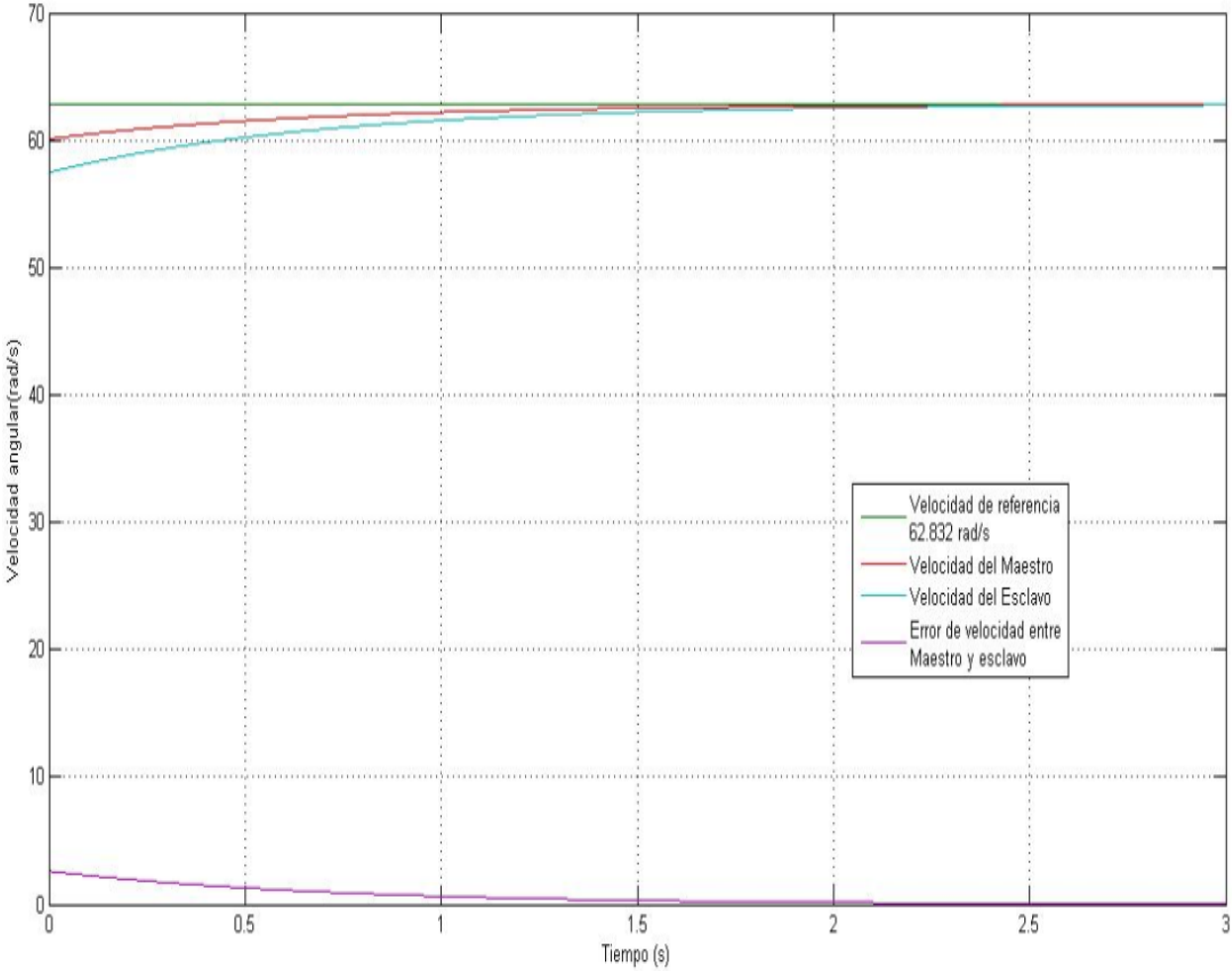
Figura 15. Diagrama de bloques de la conexión Maestro-esclavo para observar la respuesta de velocidad de ambos sistemas

La figura 16 muestra las gráficas de la respuesta de los servosistemas Maestro-esclavo donde puede observarse que el servomotor esclavo trata de sincronizarse a la de velocidad del maestro. Sin embargo existe un error de velocidad de 23 rad/s durante el transitorio que dura aproximadamente 0.5 milisegundos; el cual disminuye aproximadamente a 3 rad/s conforme los sistemas van alcanzando su respuesta en estado estacionario.



**Figura 16. Respuesta en lazo cerrado de los 2 servomotores en la conexión Maestro-esclavo para observar la respuesta de velocidad de ambos sistemas.**

La figura 17 muestra la misma respuesta de los sistemas mostrados en la figura 16 solo que en una escala de tiempo mayor tal que permita observar como disminuye el error de sincronización conforme los sistemas alcanzan su estado estacionario.



**Figura 17. Respuesta en lazo cerrado de los 2 servomotores en la conexión Maestro-esclavo en una escala de tiempo mayor para observar la respuesta final al alcanzar su estado estacionario**

### 3.5 SIMULACIONES EN LAZO CERRADO MAESTRO-ESCLAVO CON PI EXTERNO PARA SU SINCRONIZACIÓN

Para lograr disminuir la magnitud del error de sincronía de velocidad entre el sistema Maestro y Esclavo, en esta sección se implementa un controlador PI externo a ambos sistemas tal que se logre reducir en alguna medida el error de sincronización entre el maestro y el esclavo. El diagrama a bloques de la conexión propuesta se muestra en la figura 18 Donde se incluye un controlador PI externo que permita en la medida de lo posible reducir el error de sincronización entre ambos sistemas

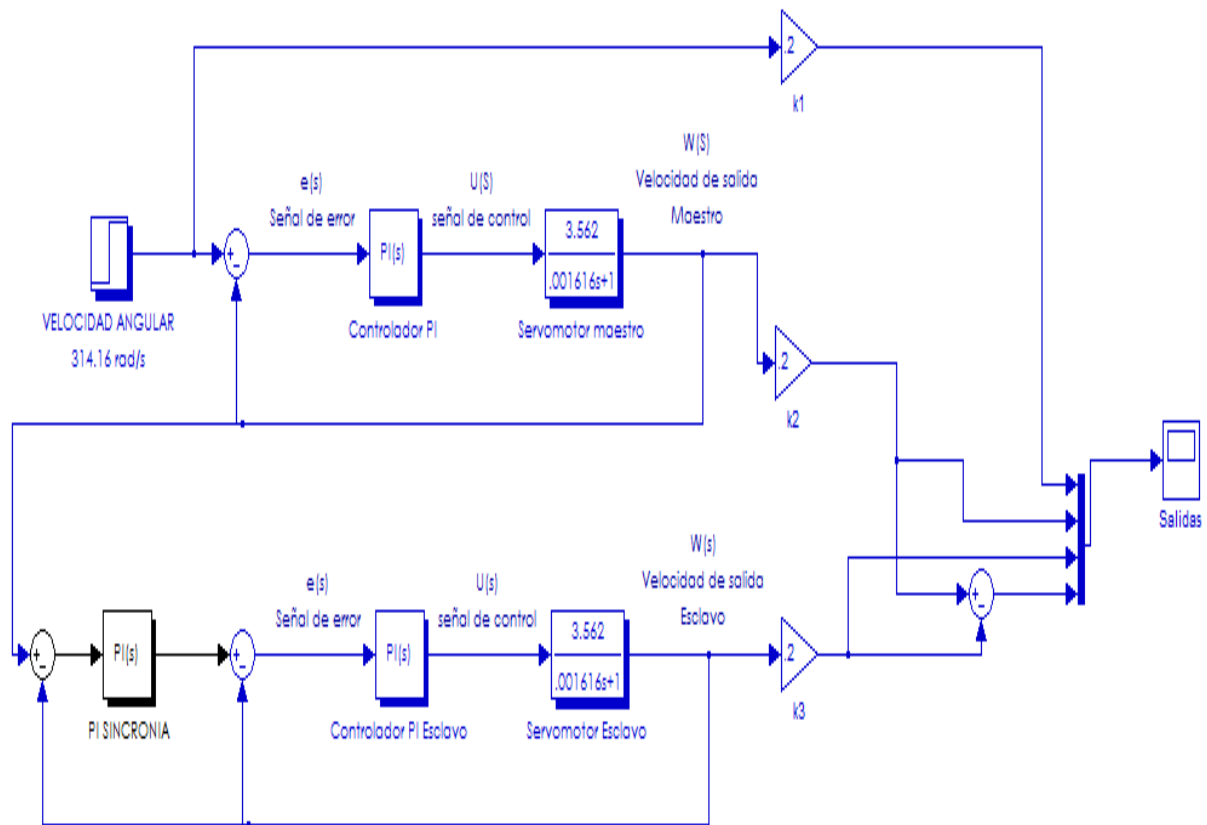
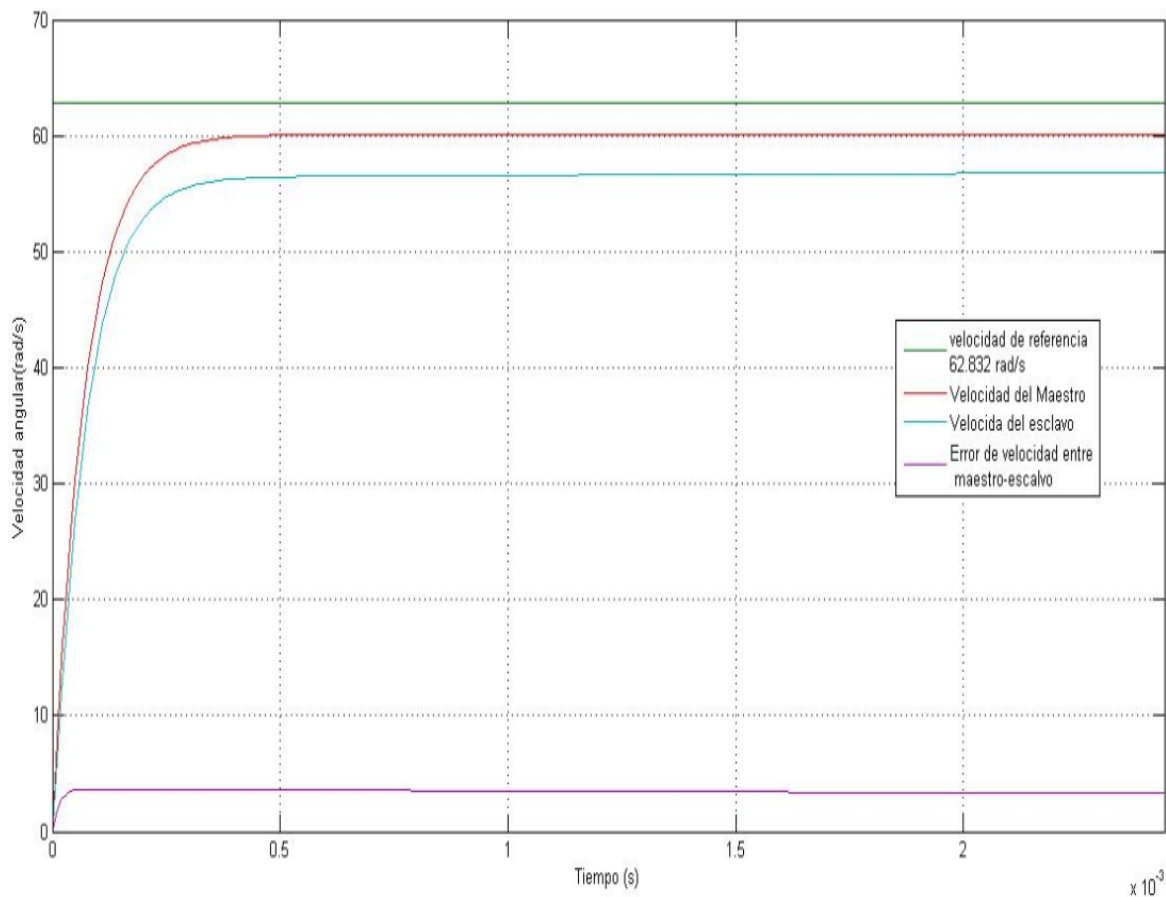


Figura 18. Diagrama de bloques del esquema propuesto (PI externo) para buscar reducir el error de sincronización ente el sistema Maestro-esclavo

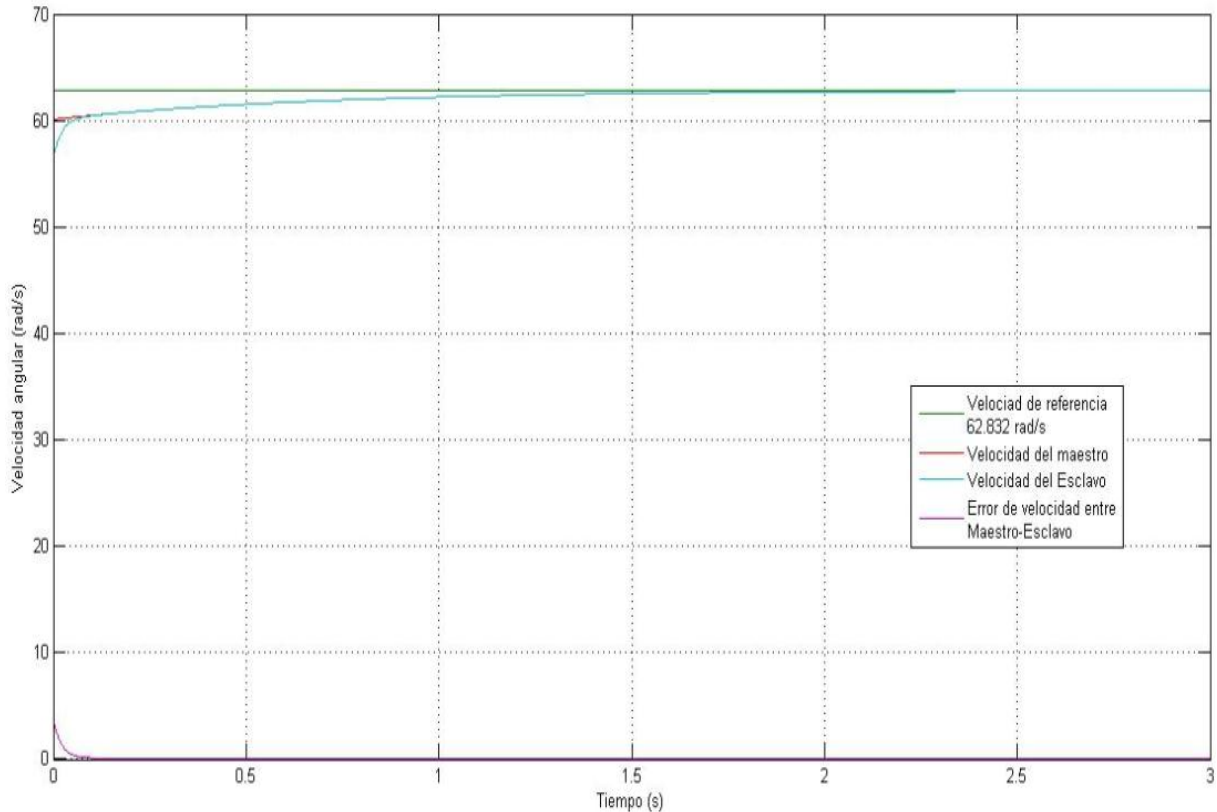
La figura 19 muestra las simulaciones numéricas para seleccionar las ganancias del PI externo tal que permitiera obtener una mejor respuesta para la sincronía de velocidad del maestro con esclavo. De dichas simulaciones se obtuvo una  $k_{pe}=16$ ,  $k_{ie}=50$  para el PI de sincronía externo.

La respuesta de dichos sistemas, se muestra en la figura 3.9, donde puede observarse que en el transitorio, el error de sincronización disminuyó considerablemente de 23 rad/seg a 4 rad/s, lo cual es un **resultado interesante** ya que en las aplicaciones con servomecanismos es deseable que el transitorio del error sea muy corto y sin sobre-disparo.



**Figura 19. Respuesta de los sistemas usando un PI externo de sincronía, donde puede verse que el transitorio del error de sincronización disminuyó significativamente.**

La figura 20 muestra la misma respuesta de los sistemas mostrados en la figura 19 solo que en una escala de tiempo mayor tal que permita observar como disminuye el error de sincronización conforme los sistemas alcanzan su estado estacionario.



**Figura 20. Respuesta en lazo cerrado de los 2 servomotores en la conexión Maestro-esclavo con un PI externo en una escala de tiempo mayor para observar la respuesta final al alcanzar su estado estacionario.**

Por último y como una conclusión parcial de este capítulo, podemos decir que el error de sincronización puede ser disminuido considerablemente con la inclusión de un PI externo de sincronía. Por lo tanto y una vez que se cuenta con el valor de dichas ganancias para este controlador, en el capítulo IV, se hará su implementación mediante un PLC comercial de la marca Allen Bradley®.



# CAPÍTULO 4 IMPLEMENTACIÓN DE ALGORITMOS DE CONTROL

## 4.1 INTRODUCCIÓN

Un controlador lógico programable, comúnmente llamado **PLC** (del vocablo en inglés programmable logic controller) es un sistema electrónico digital diseñado para usarse en ambientes industriales, el cual usa memoria programable para el almacenamiento de instrucciones de programación como lo son de lógica booleana, temporizadores, comparadores, contadores, aritméticas, de control a través de sus módulos de entradas y salidas, las cuales pueden ser digitales o analógicas, o a través de sus módulos de red para entradas y salidas remotas.

La mayoría de los PLC modernos de alta capacidad pueden ejecutar programas de lógica y señales de control así como de control de movimiento, para esto se programan tareas en el PLC, a las cuales se les asigna un tiempo de ejecución y procesamiento de señales, cuando se tiene una tarea de control de movimiento, el PLC ejecuta ésta dándole prioridad sobre las demás tareas [24].

Para la parte de implementación, se utilizó Tecnología de Allen-Bradley® marca reconocida a nivel mundial, la cual cuenta con una amplia gama de productos de automatización y control.

Para realizar los experimentos, se utilizó el siguiente equipo:

- a) 1 Procesador Control Logix 1756-L73
- b) 1 Fuente de poder 1756-PA75
- c) 1 Chasis de montaje 1756-A7
- d) 1 Módulo de red Ethernet/IP 1756-EN2T
- e) 1 Software Rslogix5000®
- f) 2 Servodrives Kinetix 350, modelo 2097-V33PR1-LM
- g) 2 Servomotores MPL-A1530U-VJ72AA
- i) 1 Switch Stratix 5700 1783-BMS06SGA

j) 2 reductores Wittenstein alpha LP050-MF1-5-1B1.

La figura 21 muestra la conexión física de los componentes anteriormente mencionados y que permitieron realizar la implementación experimental de los algoritmos de control para la sincronización de los servomotores.



**Figura 21. Implementación a nivel laboratorio de algoritmos en PLC**

## **4.2 CONFIGURACIÓN DE HARDWARE**

Para la parte de implementación, se configuró el hardware requerido para el control de movimiento en los siguientes pasos:

- 1.- Crear un nuevo programa en el Software Rslogix5000®
- 2.- Dar de alta el hardware empezando por el PLC 1756-L73 y la versión del firmware que en este proyecto es la 20.13
- 3.-Configurar el PLC como el maestro del tiempo de reloj, esto para que el módulo de red, el interruptor, y los servodrives trabajen a la misma sincronía de tiempo.
- 4.- Configurar el módulo de red 1756 EN2T, asignándole una dirección IP, y seleccionando el modo de sincronización de tiempo y control de movimiento por Ethernet I/P.

5.- Dar de alta 2 servodrivives y configurarles una dirección IP, asignarles el nombre de un eje dentro de programación y configurarlos como una aplicación de velocidad constante que es lo requerido para el proceso.

6.- Configurar el reductor de velocidad, en esta parte se utilizaron las unidades de rad/s, el reductor tiene una relación de 5:1 que se declara dentro de la programación para que el **planeador de movimiento** maneje todas las unidades de velocidad, aceleración, bajo este esquema. Es decir una revolución del reductor es igual a 6.2832 rad/s.

7.- El servomotor tiene un rango de operación de 0-7000 r.p.m. o su equivalente de 0 a 733 rad/s pero con la relación de reducción de 5:1 la velocidad de referencia para el servomotor tiene el rango de 0-146.6 rad/s en programación.

### 4.3 IMPLEMENTACIÓN DE ALGORITMOS

#### 4.3.1 Sincronización de servosistemas mediante instrucción de engranaje

Para la implementación de los algoritmos en el controlador, primero se diseña el programa para poder habilitar y probar el maestro y el esclavo, antes de comenzar a moverse, después se comienza con las ganancias obtenidas en las simulaciones numéricas para el primer servosistema, el eje maestro y se obtiene la siguiente gráfica:

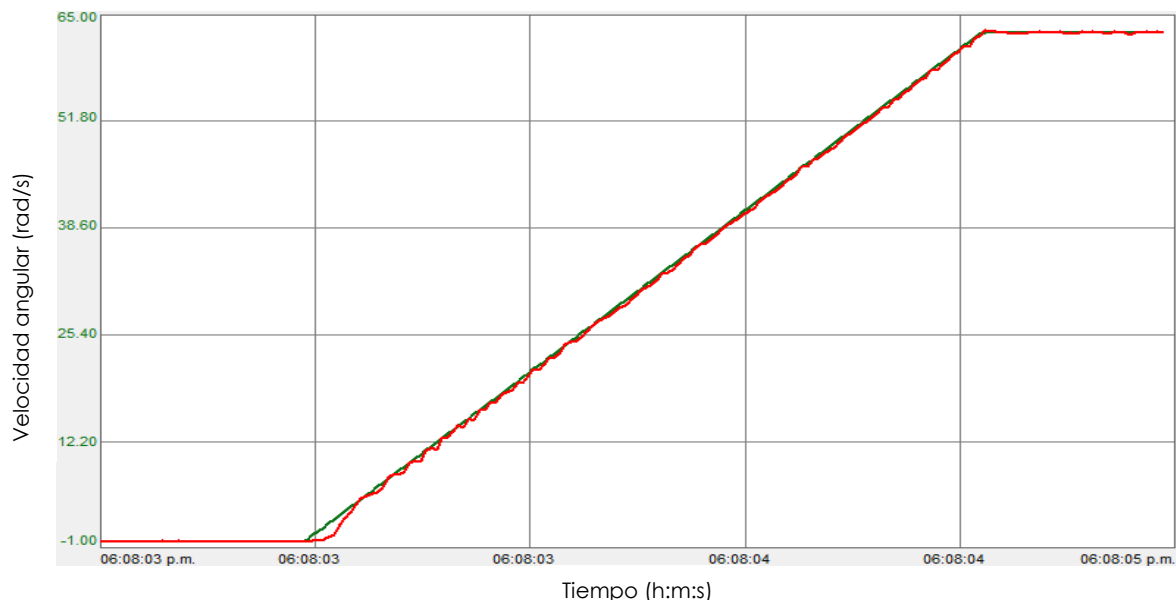


Figura 22. Respuesta del Maestro a una velocidad de referencia de 62.83 rad/s

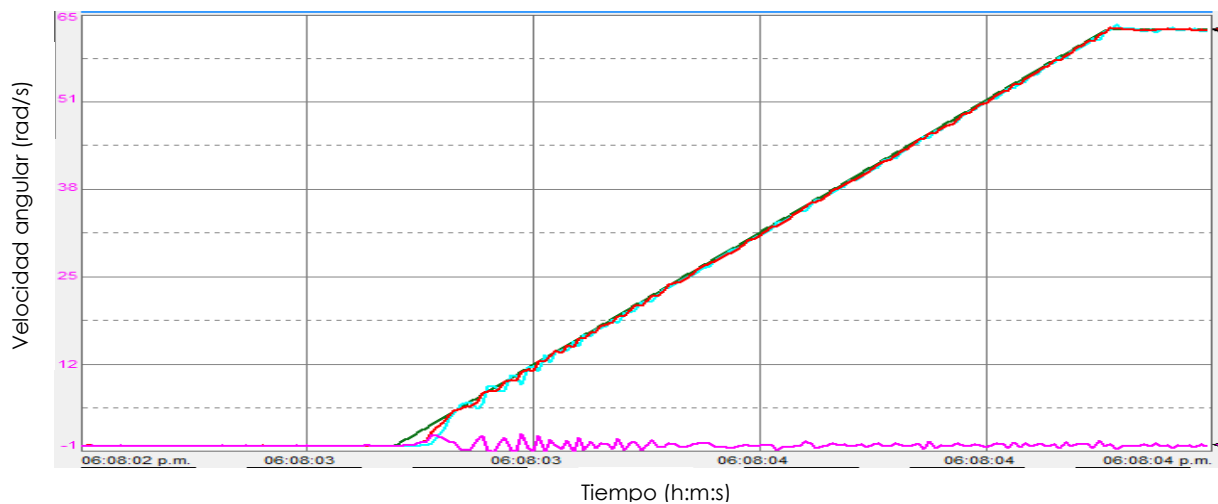
En la figura 22 el servosistema maestro alcanza la referencia de velocidad alrededor de 1.8 segundos con un sobretiro de 0.5 rad/s, que es menor del 1% como porcentaje de error, esto para fines prácticos es aceptable para la aplicación.

El planeador de movimiento, que es el que se encarga de ejecutar y estar actualizando los lazos de control de los servomotores, está embebido dentro del PLC, es decir, no se tiene como tal un módulo de control de movimiento físicamente ya que estos servodrive reciben comandos de movimiento a través de la red Ethernet I/P.

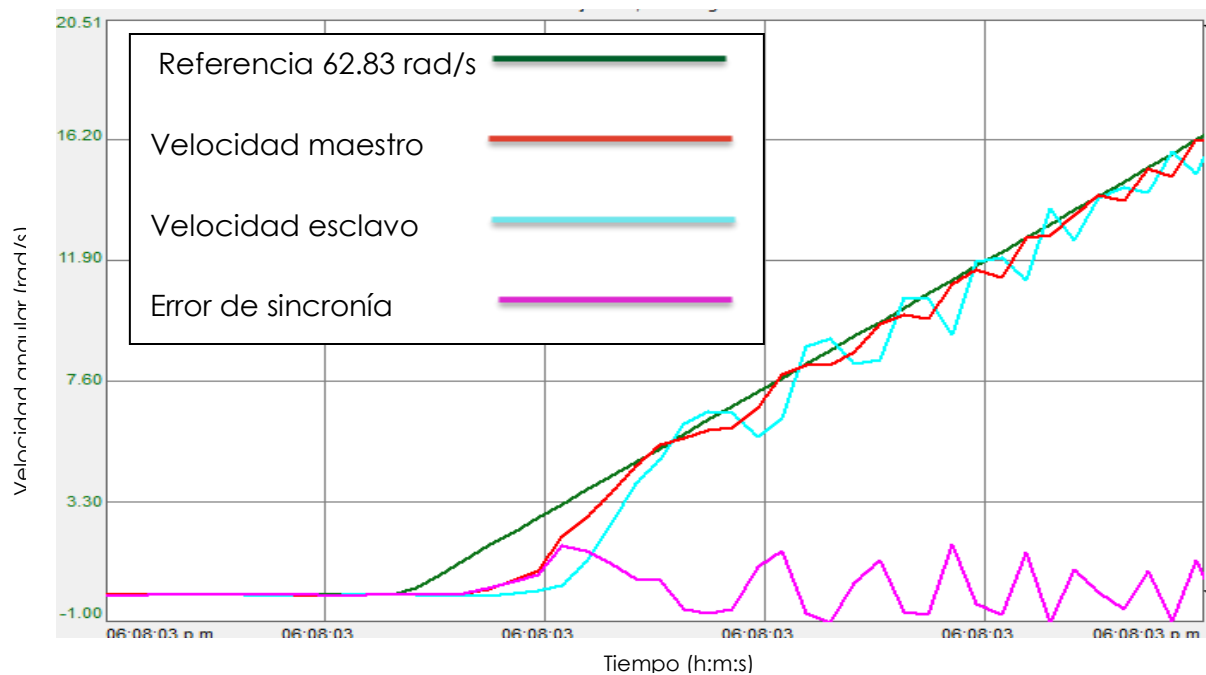
¿Por qué la respuesta no es similar a la de las simulaciones? Esto es debido a que el planeador de movimiento no aplica un escalón de velocidad al servodrive como se realizó en simulaciones, en su caso planea y ejecuta la trayectoria de velocidad que tiene que ir aplicando gradualmente con un perfil trapezoidal o de curva-S [25] mediante interpolaciones.

Se procede a configurar las ganancias obtenidas en las simulaciones numéricas de los controladores PI de velocidad en los lazos de control de los dos servomotores Maestro y esclavo.

Se utiliza la instrucción de engranaje electrónico MAG disponible por parte del fabricante, (sincroniza el eje maestro con el esclavo pero sin conocer el esquema de cómo se realiza), se observa la respuesta la cual se muestra en la figura 23 y el error de sincronización entre maestro y esclavo

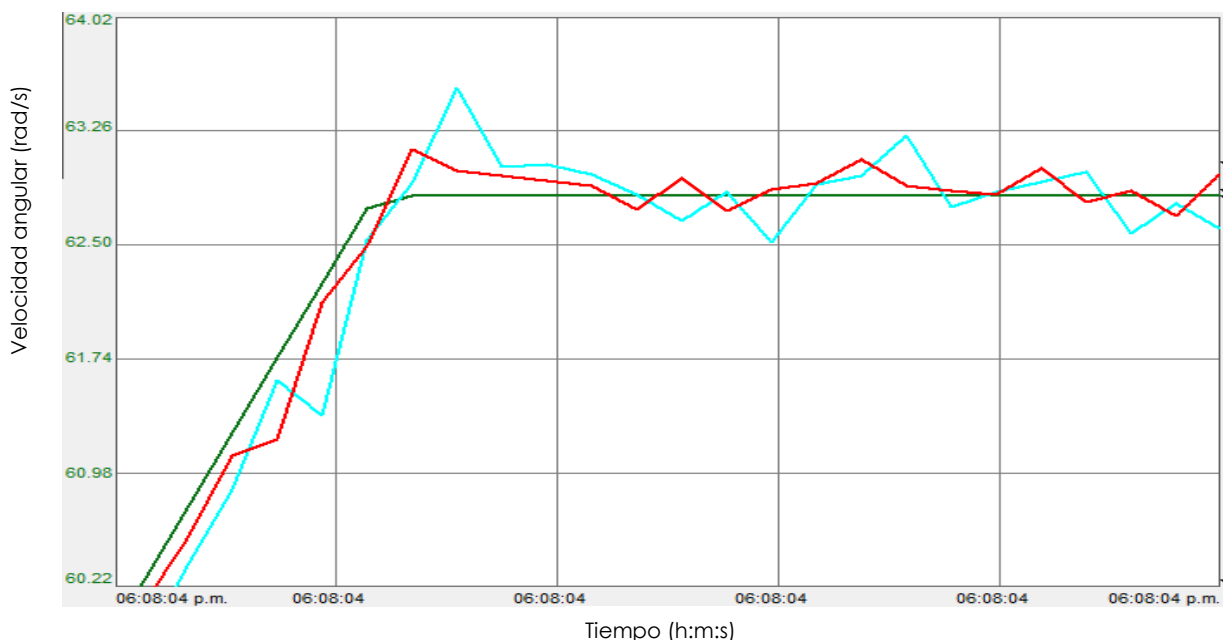


**Figura 23. Respuesta de servomotores sincronizados por instrucción.**



**Figura 24. Respuesta transitoria de los servomotores y error de sincronización por instrucción.**

En la figura 24 se puede observar que al engranarse el maestro y el esclavo, hay un error de sincronización de aproximadamente 2 rad/s al iniciarse la sincronización, se observa también un retraso y desfase de la velocidad del esclavo respecto a la del maestro.

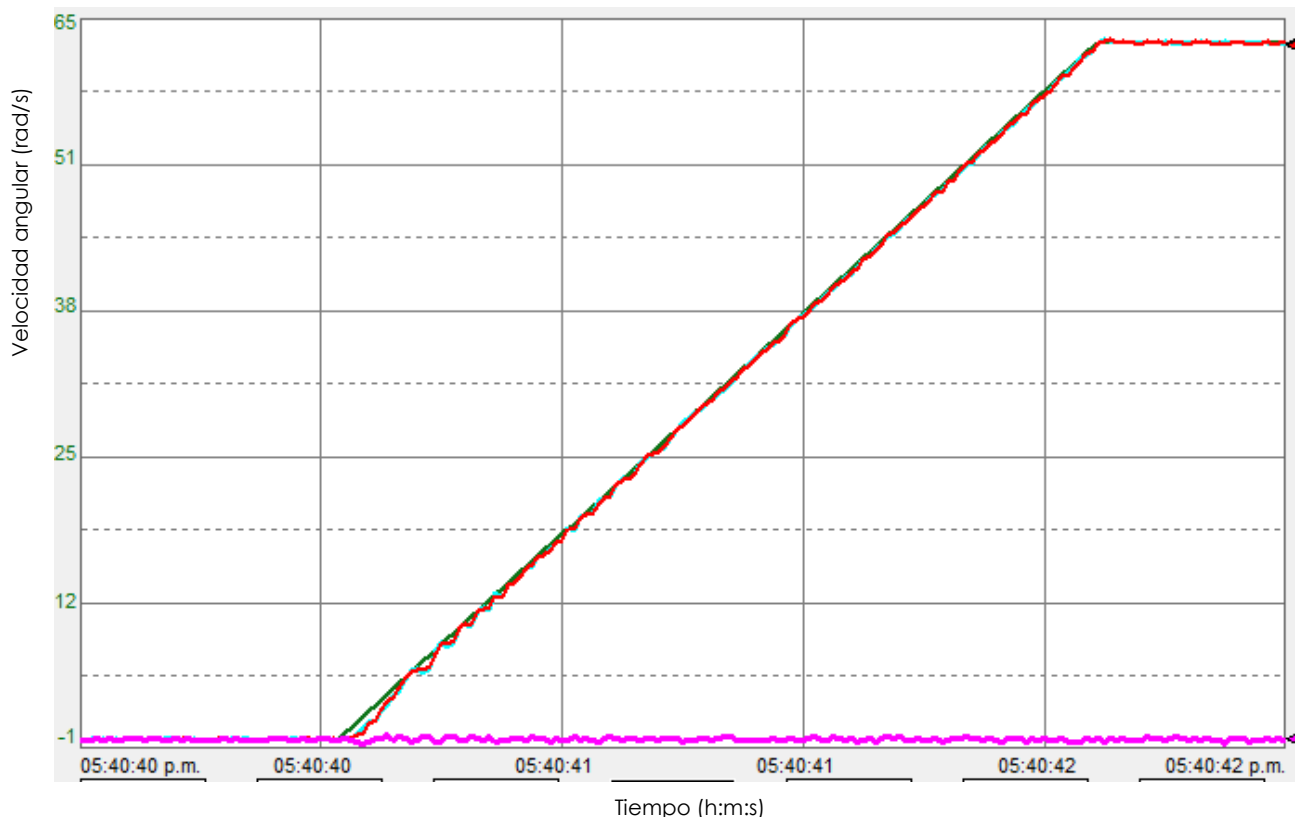


**Figura 25. Respuesta de servomotores en estado estacionario mediante instrucción de programación.**

La figura 25 muestra la misma respuesta de los sistemas mostrados en la figura 23, solo que en una escala de tiempo mayor tal, que permita observar el error entre los servosistemas conforme alcanzan su estado estacionario, el error de sincronía es de alrededor de 0.5 rad/s y se aprecia un retraso en la señal del esclavo respecto a la del maestro, se observa también que el error respecto a la señal de referencia por parte del maestro es de 0.2 rad/s.

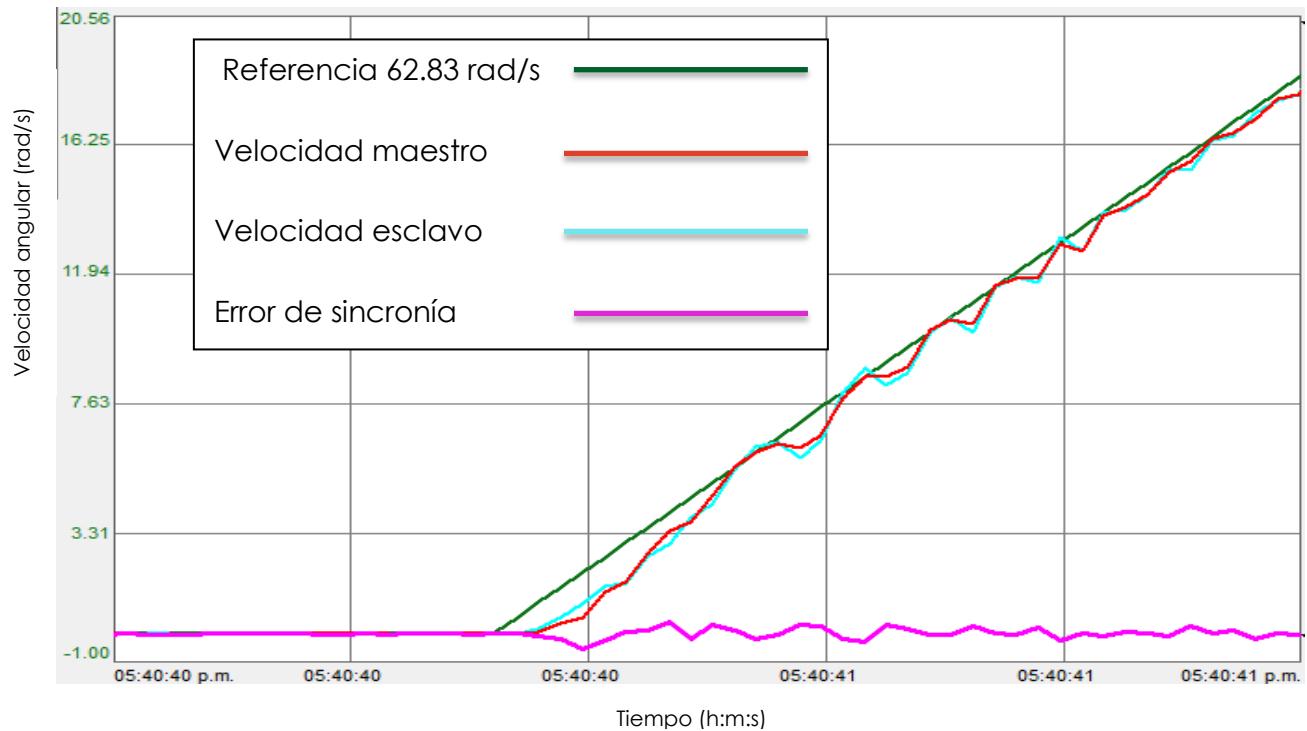
#### 4.3.2 Sincronización de servosistemas con algoritmo PI externo

Se realiza la programación para implementar el algoritmo PI de sincronización, las ganancias de los controladores PI de cada servosistema se mantienen constantes, esto para poder comparar los resultados al introducir y realizar la sincronización de una manera diferente al introducir un controlador que maneja la instrucción del controlador que tiene programado los servodrive, se observa la respuesta de los mismos en las siguientes figuras.



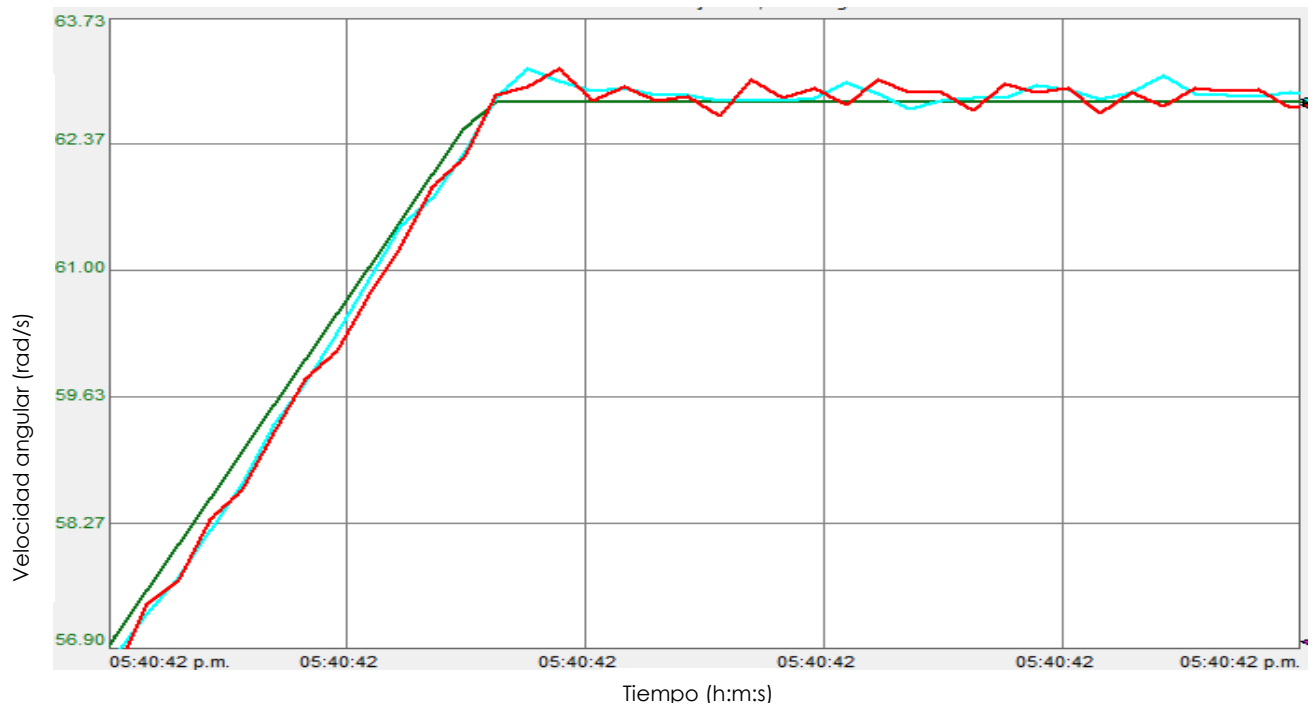
**Figura 26. Respuesta de servomotores sincronizados por algoritmo PI externo.**

La Figura 27 muestra la misma respuesta de los sistemas mostrados en la figura 26 solo que en una escala de tiempo mayor tal que permita observar el error de sincronización y el estado transitorio de los sistemas.



**Figura 27. Respuesta transitoria de servomotores sincronizados por algoritmo PI externo.**

En la figura 27 se observa que disminuyó el error de sincronía entre los dos servosistemas en el rango de 0.05-0.2 rad/s, además de mejorar también la señal de velocidad entre maestro y esclavo con menor desfase de las señales



**Figura 28. Respuesta en estado estacionario de servosistemas con algoritmo PI externo.**

La Figura 28 muestra la misma respuesta de los sistemas mostrados en la figura 26 solo que en una escala de tiempo mayor tal que permita observar el error de sincronía que está dentro del rango de 0.05-0.2 rad/s. Se puede apreciar como la señal del esclavo sigue más rápido a la del maestro.



#### 4.4 ANÁLISIS DE RESULTADOS

Haciendo la comparación de la respuesta simulada del sistema maestro-esclavo con la respuesta práctica, se tienen diferencias principalmente en la aplicación de la referencia de entrada, ya que en simulaciones se utilizó un **escalón** de velocidad y en la práctica una señal **trapezoidal**, la cual está definida por el fabricante.

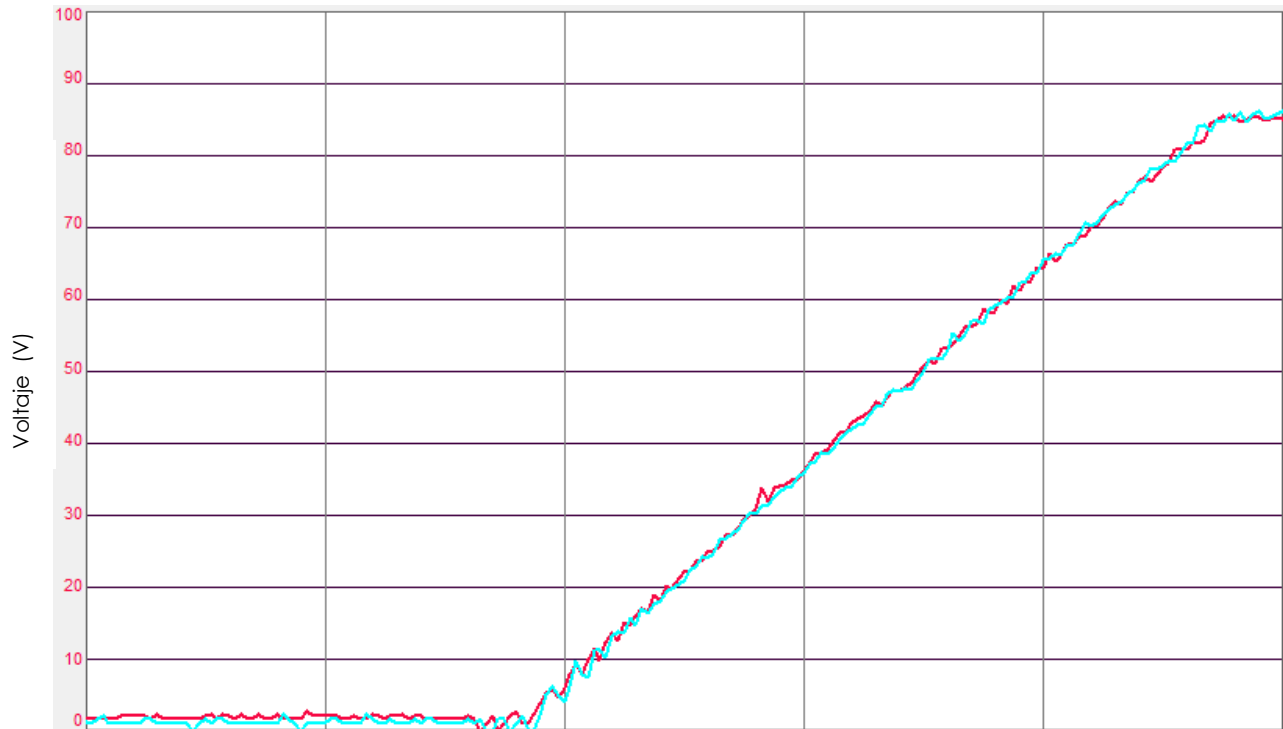
Al analizar la respuesta del sistema maestro en lazo cerrado en simulaciones contra los resultados prácticos, se tiene lo siguiente:

1. Tiempo de respuesta en simulación figura 14, de 1.4 segundos y error de velocidad de 0.6 rad/s para una referencia de 62.83 rad/s y en la parte práctica figura 22, se tiene un tiempo de respuesta de 1.8 segundos con un error de 0.2 rad/s. Esto debido a que en simulaciones con condiciones ideales, no hay retrasos por procesamiento de señales. Un PLC utiliza tiempo de muestreo para actualizar las señales de entrada y salida, es decir, es un controlador en tiempo discreto (digital), que necesita una señal de reloj y convertidores de datos [26], caso contrario a la simulación que se tomó ideal en el software Matlab-Simulink®.

2. Para la sincronización, se realiza la comparación de la topología maestro-esclavo y maestro esclavo con Controlador PI en simulaciones (figuras 19 y 20), obteniendo una reducción del error de sincronización de 23 rad/s a 3 rad/s, esto es una **aportación muy importante alcanzada en este trabajo**. Se implementa el algoritmo de sincronización **PI externo** en el PLC comparando que tiene un error de sincronía de 0.05-0.2 rad/s (figura 27) contra la sincronización mediante instrucción por parte del fabricante (figura 24) que arroja un error de sincronía de casi 2 rad/s en el transitorio de las señales y reduciéndose ambos en estado estacionario. Con esto se demuestra que el algoritmo **PI externo para sincronización ayuda en la respuesta transitoria de los servosistemas maestro-esclavo, siendo este resultado importante** desde el punto de vista de control y sincronización **por la enorme aplicación que tiene para procesos de manufactura como son los procesos de empaque y envoltura**.

3. En este trabajo, se simuló en lazo abierto para conocer la respuesta del servomotor al aplicarse diferentes entradas escalón en lazo abierto (figura 11), para una entrada escalón de voltaje de 88 v se tiene una velocidad angular de 63 rad/s, y para el

sistema sincronizado cuando voltaje se aplicó a cada servomotor, se tiene la siguiente figura:



**Figura 29. Señal de voltaje aplicada a los servosistemas sincronizados.**

Se observa en la figura 29 que para la velocidad de 62.83 rad/s, los servodrive aplican un voltaje de aproximadamente 87 volts, esto refuerza la respuesta obtenida (figura 11) en simulaciones, para el modelo matemático simulado.

4. En la parte de la simulación, es importante resaltar que la retroalimentación es ideal, y en la práctica se utiliza un encoder el cual también tiene su modelo matemático, las procesa y las envía al servoamplificador o al controlador de movimiento, lo que genera también un retraso en la señal de retroalimentación.

5. No obstante, es importante señalar que si la mayoría de las condiciones del sistema práctico pudieran ser incorporados en las simulaciones numéricas como errores de modelado, incertidumbres o perturbaciones, retrasos, filtrado de señales se podría modelar más sólidamente todo la arquitectura de un servosistema, esto es difícil debido a que la mayoría de los fabricantes no abren toda su tecnología.

## CONCLUSIONES:

1. Se logró diseñar algoritmos de control para la sincronización del estado de velocidad de servosistemas, y se implementaron en un controlador lógico programable, reduciendo el error de sincronía desde el estado transitorio hasta el estacionario, de 2rad/s que se tiene por instrucción programada, lo cual representa un error de 3.2%, a 0.2 rad/s para el algoritmo de sincronización, lo cual representa un error menor a un 1 %, los errores son respecto a la referencia de 62.83 rad/s. Si se comparan los errores se concluye que se redujo un 90 % entre ellos.
2. Se realizó la Investigación de modelos matemáticos para el servomotor y para el controlador PI que son las bases científicas de este trabajo de tesis para la sincronización de servosistemas, para futuras aplicaciones en servosistemas de diferentes fabricantes.
3. Con las simulaciones numéricas se obtuvieron las ganancias de los controladores PI para la sincronización de los servosistemas. Además permitieron reforzar el entendimiento de los procesos con que cuenta la empresa relacionados con servomecanismos.
4. Se conoce más a detalle el termino de sincronización y como poder implementarlo para futuras aplicaciones para los procesos industriales.
- 5.-Se implementó un conocimiento teórico en algo práctico, que es de mucha utilidad para la empresa, ya que normalmente se dejan de lado o se desconoce la parte que "está detrás de" el "cómo funciona" (know-how del inglés).
6. Se logra de manera personal superar este reto y da parte a querer seguir aprendiendo y desarrollando conocimiento **científico-tecnológico**.
7. Se cumple el objetivo primordial del posgrado con la industria por parte de CIATEQ, que se formen recursos humanos especializados en resolver con fundamentos científicos problemas del día a día en el ámbito laboral.

## **RECOMENDACIONES:**

1. Buscar una tecnología que permita implementar de manera más directa resultados obtenidos en simulaciones, o que proporcione los datos de su servosistema más a detalle.
2. Implementar los algoritmos en otras marcas de tecnología si estas los permiten para realizar un análisis en cuanto a optimización y eficiencia de las señales de procesamiento.
3. Implementar algoritmos de control en tiempo discreto buscando tener un modelo matemático más detallado de los servosistemas.
4. Tratar de implementar este algoritmo de control en procesos de sincronía con retardos y analizar el comportamiento.
5. No darse por vencido cuando los resultados no sean los esperados, hay que seguir investigando, experimentando y desarrollando nuevos conocimientos.

## **BIBLIOGRAFÍA:**

[1] Rodríguez, Angeles Alejandro, SYNCHRONIZATION OF MECHANICAL SYSTEMS, Eindhoven University of technology, 2002, capítulo 1, p 7-8.

[2] Kutz, Myer, Mechanical Engineers' Handbook - Instrumentation, Systems, Controls, and MEMS, 3<sup>rd</sup> Edition. Hoboken New Jersey, John Wiley & Sons, 2006, capítulo 14, p 543.

[3] Ellis, George, Control system Design Guide, 4th Edition. Waltham USA, Elsevier 2012, capítulo 15, p 315.

[4] Polka, Dave, Motors and Drives - A Practical Technology Guide. United States of America, ISA – The Instrumentation, Systems, and Automation Society 2003, capítulo 5, p 208-209.

[5] Ellis, George, Control system Design Guide, 4th Edition. Waltham USA, Elsevier 2012, capítulo 14, p 288.

[6] Patrick, Dale R. Fardo, Stephen W. Rotating Electrical Machines and Power Systems 2<sup>da</sup> Edition. Fairmont Press, Inc. 1997, capítulo 11, p 303.

[7] Kutz, Myer, Mechanical Engineers' Handbook - Instrumentation, Systems, Controls, and MEMS, 3<sup>rd</sup> Edition. Hoboken New Jersey, John Wiley & Sons, 2006, capítulo 14, p 543-544.

[8] Ellis, George, Control system Design Guide, 4th Edition. Waltham USA, Elsevier 2012, capítulo 15, p 315.

[9] Crowder, Richard. Electric Drives and Electromechanical Systems .OXFORD,UK Elsevier 2006,capitulo 10,p247-248.

[10] Kutz, Myer, Mechanical Engineers' Handbook - Instrumentation, Systems, Controls, and MEMS, 3<sup>rd</sup> Edition. Hoboken New Jersey, John Wiley & Sons, 2006, capítulo 14, p 552-555.

[11] Hughes, Austin ,Electric Motors and Drives - Fundamentals, Types and Applications 3<sup>rd</sup> Edition. Elsevier 2006, capítulo 10,p3 57-358.

- [12] Chen, Wai-Kai. Electrical Engineering Handbook. MA USA,Elsevier 2005,capitulo 4, p722.
- [13] Chen, Wai-Kai. Electrical Engineering Handbook. MA USA,Elsevier 2005,capitulo 4, p 721-722.
- [14] Ellis, George, Control system Design Guide, 4th Edition. Waltham USA, Elsevier 2012, capítulo 15, p 327.
- [15] Firoozian, Riazollah Mechanical engineering series, Servo Motors and industrial control Theory, New York, USA, Springer 2009,capitulo 4 ,p 62.
- [16] Ellis, George, Control system Design Guide, 4th Edition. Waltham USA, Elsevier 2012, capítulo 15, p 328.
- [17] Nise, Norman S., Control systems engineering ,6ª Ed. USA, John Wiley & Sons, 2011,Capitulo 2,p 70-71.
- [18] K. K., Appuu Kuttan .Introduction to Mechatronics. INDIA, Oxford University Press 2007,cap 7,p 164-165.
- [19] Nise, Norman S., Control systems engineering ,6ª Ed. USA, John Wiley & Sons, 2011,Capitulo 2,p 70.
- [20] K. K., Appuu Kuttan .Introduction to Mechatronics. INDIA, Oxford University Press 2007,cap 6,p 112-113.
- [21] Kutz, Myer, Mechanical Engineers' Handbook - Instrumentation, Systems, Controls, and MEMS, 3ª Edition. Hoboken New Jersey, John Wiley & Sons, 2006, capítulo 14, p 550.
- [22] Singh Sanjay, Pandey A. K., Design of Pi Controller To Minimize The Speed Error of D.C. Servo Motor, INTERNATIONAL JOURNAL OF SCIENTIFIC & TECHNOLOGY RESEARCH, NOVEMBER 2012, VOLUME 1, ISSUE 10, ISSN 2277-8616
- [23] Hernández-Rosales C., Femat R., Ruiz-Velázquez E., G. Solís-Perales, A STANDARD MICROCONTROLLER BASED DISCRETE-TIME PI FOR CONTROLLING THE MOTION OF A DC-GEARMOTOR, Journal of Applied Research and Technology (JART), Vol. 3, No.1, pp 44-42. 2005.

[24] ROCKWELL AUTOMATION PUBLICATION 1756-en-p.pdf November 2012

[25] ROCKWELL AUTOMATION PUBLICATION ra-ap031a-en-e.pdf August 2007

[26] ROCKWELL AUTOMATION PUBLICATION ia-at003b-en-p.pdf June 2011

[27] ROCKWELL AUTOMATION PUBLICATION gmc-td001f-en-p.pdf April 2014

## ANEXO A FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DEL SERVOMOTOR

$$v(t) = L \frac{di}{dt} + Ri(t) + v_b(t) \quad \text{Ecuación 7}$$

$$T_m = J_m \frac{d\omega_m}{dt} + B_m \omega_m + T_L \quad \text{Ecuación 8}$$

Sustituyendo el valor de  $T_m = k_t i(t)$ ,  $v_b = k_e \omega(t)$  a las ecuaciones 7 y 8, aplicando transformadas de Laplace con condiciones iniciales=0

$$V(S) = Ls I(S) + R I(S) + k_e W(S) \quad \text{Ecuación 16}$$

$$k_t I(S) = J_m s W(S) + B_m W(S) + T_L(S) \quad \text{Ecuación 17}$$

Manipulando algebraicamente la ecuación 16 se tiene:

$$V(S) = (Ls+R) I(s) + k_e W(S)$$

$$V(S) - k_e W(S) = (Ls+R) I(S)$$

$$I(S) = [V(S) - k_e W(S)] \left[ \frac{1}{Ls+R} \right] \quad \text{Ecuación 18}$$

Manipulando algebraicamente la ecuación 17 se tiene:

$$k_t I(S) - T_L(S) = (J_m s + B_m) W(S)$$

$$W(S) = [k_t I(S) - T_L] \left[ \frac{1}{J_m s + B_m} \right] \quad \text{Ecuación 19}$$



Sustituyendo el valor de  $I(S)$  ecuación C , en la ecuación D y manipulando algebraicamente se tiene:

$$W(S) = \left( K_t \left( [V(S) - k_e W(S)] \left[ \frac{1}{Ls + R} \right] \right) - T_L \right) \left( \frac{1}{J_m s + B_m} \right)$$

$$W(S) = \left( \frac{K_t V(S) - K_t k_e W(S) - T_L(Ls + R)}{(Ls + R)} \right) \left( \frac{1}{J_m s + B_m} \right)$$

$$W(S)[(Ls + R)(J_m s + B_m)] = K_t V(S) - K_t k_e W(S) - T_L(Ls + R)$$

$$W(S)[(Ls + R)(J_m s + B_m)] + K_t k_e W(S) = K_t V(S) - T_L(Ls + R)$$

$$W(S) [(Ls + R)(J_m s + B_m) + K_t k_e] = K_t V(S) - T_L(Ls + R)$$

$$W(S) = \left( \frac{K_t V(S) - T_L(Ls + R)}{(J_m s + B_m)(Ls + R) + K_t k_e} \right)$$

$$W(S) = \frac{k_t V(S)}{(J_m s + B_m)(Ls + R) + k_e k_t} - \frac{T_L(Ls + R)}{(J_m s + B_m)(Ls + R) + k_e k_t}$$

Ecuación 20

## ANEXO B PARÁMETROS DEL SERVOMOTOR

El modelo del servomotor usado es MPL-A1530U, sus datos de operación obtenidos directamente de la configuración en el software RSLOGIX5000® se muestran en las siguientes Tablas:

**Tabla 1.- Datos generales del servomotor maestro y esclavo**

The screenshot shows the 'Motor Device Specification' window. It includes fields for Data Source (Catalog Number), Catalog Number (MPL-A1530U-Vxx2), Motor Type (Rotary Permanent Magnet), and Units (Rev). Below this is a section for 'Nameplate / Datasheet - Phase to Phase parameters' with the following values:

Parameter	Value	Unit
Rated Power	0.39	kW
Rated Voltage	230.0	Volts (RMS)
Rated Speed	7000.0	RPM
Rated Current	1.99	Amps (RMS)
Rated Torque	0.9	N-m
Pole Count	8	
Max Speed	7000.0	RPM
Peak Current	7.14	Amps (RMS)
Motor Overload Limit	100.0	% Rated

**Tabla 2. Constantes de torque, voltaje, valores de resistencia e Inductancia.**

The screenshot shows the 'Motor Model Phase to Phase Parameters' window with the following values:

Parameter	Value	Unit
Torque Constant (Kt)	0.468	N-m/Amps(RMS)
Voltage Constant (Ke)	28.30171	Volts(RMS)/KRPM
Resistance (Rs)	9.4	Ohms
Inductance (Ls)	0.0082	Henries

El valor del coeficiente de fricción viscosa (de los rodamientos del servomotor) se solicitó al fabricante por correo electrónico, proporcionando un valor para  $B_m = 0.056$  N.m/kRPM, el valor de la inercia se tomó del manual del fabricante[27] con  $J_m = 0.00020$

lb.in.s<sup>2</sup> , el valor de K<sub>e</sub> = 0.468 N.m/A de la pantalla de configuración y solo se convirtieron los valores de K<sub>e</sub> ,B<sub>m</sub> , J<sub>m</sub> en unidades de N.m y de rad/s que es la velocidad angular, para poder utilizarlos en las simulaciones en Simulink® de Matlab®.

Conversiones realizadas

$$1 \text{ revolucion} = 2 \pi \text{ rad}$$

$$1 \frac{\text{revolucion}}{60s} = 2 \pi \frac{\text{rad}}{60s} = 1 \text{ RPM} = 0.10471976 \frac{\text{rad}}{s}$$

$$1 \frac{\text{rad}}{s} = \frac{1}{0.10471976} \text{ RPM} = 9.55 \text{ RPM}$$

$$1 \text{ kRPM} = 1000 \text{ RPM}$$

$$B_m = \left( 0.056 \frac{\text{N.m}}{1000 \text{ RPM}} \right) \left( \frac{1 \text{ RPM}}{0.10471976 \frac{\text{rad}}{s}} \right) = \frac{0.056 \text{ N.m}}{104.71976 \frac{\text{rad}}{s}} = 0.000535 \frac{\text{N.m.s}}{\text{rad}}$$

$$1 \text{ lb} = 4.448 \text{ N}$$

$$1 \text{ in} = 0.0254 \text{ m}$$

$$J_m = 0.00020 \frac{\text{lb.in.s}^2}{\text{rad}} = \left( 0.00020 \frac{\text{lb.in.s}^2}{\text{rad}} \right) \left( \frac{4.448 \text{ N}}{1 \text{ lb}} \right) \left( \frac{0.0254 \text{ m}}{1 \text{ in}} \right) = 0.0000226 \frac{\text{N.m.s}^2}{\text{rad}}$$

$$k_e = \left( 28.30171 \frac{\text{V}}{1000 \text{ RPM}} \right) \left( \frac{1 \text{ RPM}}{0.10471976 \frac{\text{rad}}{s}} \right) = \frac{28.30171 \text{ V}}{104.71976 \frac{\text{rad}}{s}} = 0.270 \frac{\text{V.s}}{\text{rad}}$$

## ANEXO C CALCULO DE GANACIAS DEL MODELO DEL SERVOMOTOR

$$B_m = 0.000535 \frac{\text{N.m.s}}{\text{rad}}$$

$$J_m = 0.0000226 \frac{\text{N.m.s}^2}{\text{rad}}$$

$$k_e = 0.270 \frac{\text{V.s}}{\text{rad}}$$

$$k_t = 0.468 \frac{\text{N.m.}}{\text{A}}$$

$$R = 9.4 \Omega$$

Substituyendolos en las ecuaciones (10) y (11) se tiene:

$$k_m = \frac{k_t}{B_m R + k_t k_e} = \left( \frac{0.468 \frac{\text{N.m.}}{\text{A}}}{(9.4\Omega) \left( 0.000535 \frac{\text{N.m.s}}{\text{rad}} \right) + \left( 0.468 \frac{\text{N.m.}}{\text{A}} \right) \left( 0.270 \frac{\text{V.s}}{\text{rad}} \right)} \right) = 3.562 \frac{\text{rad}}{\text{V.s}}$$

$$\tau = \frac{J_m R}{B_m R + k_t k_e} = \left( \frac{\left( 0.0000226 \frac{\text{N.m.s}^2}{\text{rad}} \right) (9.4\Omega)}{(9.4\Omega) \left( 0.000535 \frac{\text{N.m.s}}{\text{rad}} \right) + \left( 0.468 \frac{\text{N.m.}}{\text{A}} \right) \left( 0.270 \frac{\text{V.s}}{\text{rad}} \right)} \right) = 0.001616 \text{ s}$$

# ANEXO D ESPECIFICACIONES DEL PLC

Tabla 3. Características del PLC 1756-L73

Feature	1756-L71, 1756-L72, 1756-L73, L73XT, 1756-L74, 1756-L75
Controller tasks	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 32 tasks</li> <li>• 100 programs/task</li> <li>• Event tasks: all event triggers</li> </ul>
Built-in communication ports	1 port USB <sup>(1)</sup>
Communication options	<ul style="list-style-type: none"> <li>• EtherNet/IP™</li> <li>• ControlNet™</li> <li>• DeviceNet™</li> <li>• Data Highway Plus™</li> <li>• Remote I/O</li> <li>• SynchLink™</li> <li>• Third-party process and device networks</li> </ul>
USB port communication	Programming, configuration, firmware flash and on-line edits only
Controller connections supported, max	500
Network connections, per network module	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 100 ControlNet (1756-CN2/A)</li> <li>• 40 ControlNet (1756-CN2/D, 1756-CN2/E)</li> <li>• 128 ControlNet (1756-CN2/B)</li> <li>• 256 EtherNet/IP; 128 TCP (1756-EN2x)</li> <li>• 128 EtherNet/IP; 64 TCP (1756-ENBT)</li> </ul>
Controller redundancy	Full support
Integrated motion	<ul style="list-style-type: none"> <li>• SERCOS interface</li> <li>• Analog options (encoder input, LDT input, SSI input)</li> <li>• EtherNet/IP (CIP Motion)</li> </ul>
Programming languages	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relay ladder</li> <li>• Structured text</li> <li>• Function block</li> <li>• SFC</li> </ul>

**Tabla 4. Especificaciones técnicas del PLC 1756-L73**

Attribute	1756-L71	1756-L72	1756-L73	1756-L74	1756-L75
User memory	2 MB	4 MB	8 MB	16 MB	32 MB
I/O memory	0.98 MB				
Optional nonvolatile memory storage	1 GB (1784-SD1 ships with every controller) 2 GB (1784-SD2)				
Digital I/O, max	128,000				
Analog I/O, max	4000				
Total I/O, max	128,000				
Energy storage module	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 1756-ESMCAP capacitor energy storage module (removable, ships installed with every controller)</li> <li>• 1756-ESMNSE capacitor energy storage module (removable, no residual WallClockTime power backup)</li> <li>• 1756-ESMNRM capacitor energy storage module (nonremovable, secures controller by preventing USB connection and SD card use)</li> </ul>				
Current draw @ 1.2V DC	5 mA				
Current draw @ 5.1V DC	800 mA				
Power dissipation	2.5 W				
Thermal dissipation	8.5 BTU/hr				
Isolation voltage	30V (continuous), basic insulation type, USB port-to-system Type tested at 500V AC for 60 s				
USB port <sup>(1)</sup>	USB 2.0, full speed (12 Mbps)				
Weight, approx	0.25 kg (0.55 lb)				
Slot width	1				
Module location	Chassis-based, any slot				
Chassis	1756-A4, 1756-A7, 1756-A10, 1756-A13, 1756-A17				
Power supply, standard	1756-PA72, 1756-PA75, 1756-PB72, 1756-PB75				
Power supply, redundant	1756-PA75R, 1756-PB75R, 1756-PSCA2				
Wire category <sup>(2)</sup>	3 - on USB port				
North American temperature code	T4A				
IEC temperature code	T4				
Enclosure type rating	None (open-style)				