

CIATEQ, A. C. Centro de Tecnología Avanzada
Dirección de Posgrado



*Obtención de relación analítica para estimar el desempeño
en la prueba de resistencia a la tracción de empalmes
ultrasónicos cable a cable en arneses eléctricos
automotrices*

TESIS QUE PRESENTA

Ing. Jesús Amezcua Villaseñor
Asesor: M. en C. Alfredo Chávez Luna

Para obtener el grado de

Maestro en
Manufactura Avanzada

Toluca, Estado de México
julio, 2021

CARTA DE LIBERACIÓN DEL ASESOR



GOBIERNO DE
MÉXICO



CONACYT
Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología



Querétaro, Querétaro, 09 de Junio del 2021.

Mtro. Geovany González Carlos
Coordinador Académico de Posgrado
CIATEQ, A.C.

Los abajo firmantes, miembros del Comité Tutorial del Ing. Jesús Amezcua Villaseñor, una vez revisado su Proyecto Terminal de Tesis, titulado "Obtención de relación analítica para estimar el desempeño en la prueba de resistencia a la tracción de empalmes ultrasónicos cable a cable en arneses eléctricos automotrices" **autorizo** que el citado trabajo sea presentado por el alumno para su revisión, con el fin de alcanzar el grado de **Maestro en Manufactura Avanzada**.

Sin otro particular por el momento, agradezco la atención prestada.

Mtro. Alfredo Chavez Luna
Asesor Académico

N/A

Grado, nombre completo
Asesor en Planta



CARTA DE LIBERACIÓN DEL REVISOR



GOBIERNO DE
MÉXICO



CONACYT
Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología



El Marqués, Gro. a 23 de julio de 2021.

Dra. María Guadalupe Navarro Rojero
Directora de Posgrado
CIATEQ, A.C.

Por medio de la presente me dirijo a usted en calidad de Revisor del proyecto terminal del alumno Jesús Amezcua Villaseñor, cuyo título es:

"Obtención de relación analítica para estimar el desempeño en la prueba de resistencia a la tracción de empalmes ultrasónicos cable a cable en arneses eléctricos automotrices."

Después de haberlo leído, corregido e intercambiado información con el alumno y realizado los cambios que le fueron sugeridos, puede ser autorizada su impresión, a fin de que se inicien los trámites correspondientes para su defensa.

Sin otro particular por el momento, y en espera de que mis sugerencias sean tomadas en cuenta en beneficio del estudiante y la Institución, agradezco la atención prestada.

Atentamente,

M.C. Raúl Contreras Acosta



DEDICATORIA

Dedicado a Diego y Emanuel, como ejemplo de esfuerzo y perseverancia para aprovechar las oportunidades y prepararse, así como continuar aprendiendo con la intención de mejorar su desempeño en la actividad que les apasione y disfruten realizar.

AGRADECIMIENTOS

A mis padres Marcela y Armando por apoyarme para lograr esta meta.

A mi esposa Karen por la motivación y el apoyo incondicional.

A mis hijos Diego y Emanuel por la paciencia y el tiempo brindado para terminar este proyecto.

A mi asesor Alfredo Chavez por guiarme en el desarrollo de este trabajo.

* * *

RESUMEN

Los empalmes ultrasónicos cable a cable en un arnés automotriz permiten enviar la misma señal eléctrica a diferentes módulos, localizados en distintas ubicaciones dentro del vehículo. La prueba de resistencia a la tracción es de las principales para evaluar el desempeño del empalme. El estudio se enfoca en determinar una relación analítica para estimar la fuerza de tracción que resistirá el empalme en base al área transversal de los cables que lo integran, para permitir a los arquitectos eléctricos comparar la fuerza de tracción estimada que resistirá el empalme, con la fuerza mínima requerida por la normatividad vigente, proporcionando una herramienta adicional para prevenir fallas en los vehículos provocadas por empalmes fracturados desde etapas tempranas del diseño del arnés. En conjunto con la relación analítica obtenida, también se obtiene una relación por regresión basada en los datos experimentales de las pruebas. Por último, se estima la fuerza de tensión de 21 empalmes con las dos relaciones logrando un error menor o igual al 10% con relación de la fuerza obtenida experimentalmente. (Amezcuca, 2021)

Palabras clave: Ingeniería y tecnología, Tecnología de materiales, Resistencia de materiales, Empalme ultrasónico, Fuerza, Tracción.

ABSTRACT

Wire to wire ultrasonic splices in an automotive harness enable to send the same electrical signal to different modules, located in different positions within the vehicle. The tensile strength test is one of the main trials to evaluate the splice performance. The study focuses in establish an analytic relationship to estimate the traction force supported by the splice based in the cross sectional area of the wires that comprise it, allowing electrical architects compare the estimated tensile force that the splice will resist, with the minimum force required by current standard, providing an additional tool to prevent vehicle failures caused by fractured splices since early stages of harness design. Altogether with the obtained analytic relationship, also a regression relation is obtained based in the experimental data of the tests. Finally, the tensile force of 21 splices is estimated with both relationships achieving an error less or equal to 10% of the test tension force.

Keywords: Engineering and technology, Materials technology, Materials resistance, Ultrasonic Splice, Force, Traction.

ÍNDICE DE CONTENIDO

RESUMEN	v
ABSTRACT	vi
ÍNDICE DE CONTENIDO	vii
ÍNDICE DE FIGURAS.....	ix
ÍNDICE DE TABLAS	xi
GLOSARIO	xii
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. ANTECEDENTES	1
1.2. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA	2
1.3. JUSTIFICACIÓN	3
1.4. OBJETIVOS.....	3
1.4.1. Objetivo general.....	3
1.4.2. Objetivos específicos	3
1.5. HIPÓTESIS.....	4
2. MARCO TEÓRICO	5
2.1. INVESTIGACIONES RECIENTES	5
2.2. ESFUERZO DE TENSIÓN.....	6
2.3. ESFUERZO POR MOMENTO DE FLEXIÓN	7
2.4. CURVA DE ESFUERZO - DEFORMACIÓN.....	8
2.5 ANÁLISIS DE REGRESIÓN	11
2.6 ANÁLISIS DE CORRELACIÓN	13
2.7 AJUSTE DE CURVAS POLINOMIAL	15
2.8 TEOREMA DE LÍMITE CENTRAL	17
2.9 PRUEBA DE TENSIÓN A EMPALMES ULTRASÓNICOS	17
3. PROCEDIMIENTO.....	19
3.1. IDENTIFICACIÓN DE EMPALMES.....	20
3.2 RESULTADOS DE PRUEBAS DE TENSIÓN EN EMPALMES.....	24
3.3. OBTENCIÓN DE RELACIÓN ANALÍTICA	26
3.3.1 Esfuerzo en sección A	27
3.3.2 Esfuerzo en sección B.....	28
3.3.3 Consideraciones para la obtención de la fuerza	30

3.3.4 Distancia entre centros de cables sujetos a las mordazas	31
3.3.5 Rotación en el empalme	32
3.3.6 Desplazamiento por rotación del empalme	33
3.3.7 Curvatura en viga empotrada.....	34
3.4. OBTENCIÓN DE RELACIÓN POR REGRESIÓN	36
4. RESULTADOS	45
4.1. FUERZA ESTIMADA POR RELACIÓN ANALÍTICA.....	46
4.2. FUERZA ESTIMADA POR REGRESIÓN	50
CONCLUSIONES	55
RECOMENDACIONES	56
APORTACIÓN DE LA TESIS.....	57
APORTACIÓN SOCIAL DE LA TESIS.....	58
REFERENCIAS	59

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Componentes de arnés eléctrico automotriz	1
Figura 2. Representación esquemática de la carga en la prueba de tensión.....	6
Figura 3. Viga recta en flexión positiva	7
Figura 4. Esfuerzos en flexión.....	8
Figura 5. Curva esfuerzo - deformación	10
Figura 6. Patrón típico de esfuerzo - deformación durante la prueba de tensión..	11
Figura 7. Dibujo esquemático de muestra con cuello y la variación de elongación en el medidor	11
Figura 8. Análisis de regresión lineal para dos variables	12
Figura 9. Ejemplo de empalme doble	18
Figura 10. Ejemplo de empalme triple.....	18
Figura 11. Configuración de empalmes.....	19
Figura 12. Familias de arneses	20
Figura 13. Pruebas a empalmes ultrasónicos.....	20
Figura 14. Ejemplo de listado de circuitos en un arnés.....	21
Figura 15. Empalmes de la columna E se copian a la columna B.....	21
Figura 16. Tabla pivote para identificar circuitos por número de parte del arnés..	22
Figura 17. Circuitos que integran empalme SP117.....	22
Figura 18. Ejemplo de montaje experimental de prueba de tensión a empalme de 3 cables.....	24
Figura 19. Rotación del empalme por mordazas concéntricas de la máquina universal	26
Figura 20. Segmentación de cables y empalme por tipo de esfuerzo	26
Figura 21. Esfuerzo de tensión en la sección A	27
Figura 22. Esfuerzo de tensión y momento de flexión en sección B	29
Figura 23. Ejemplo de sección transversal del empalme	30
Figura 24. Casos extremos de la ubicación de los cables en el empalme	31
Figura 25. Rotación en el empalme por concetricidad de los ejes axiales de la máquina universal.....	33
Figura 26. Desplazamiento producido por la rotación del empalme	33

Figura 27. Curvatura en una viga empotrada	34
Figura 28. Arco de la curvatura por la deflexión del eje	35
Figura 29. Gráfica Fuerza vs Área transversal mínima.....	37
Figura 30. Vectores de entrada utilizados para realizar la regresión.....	38
Figura 31. Curva de polinomio de segundo orden	39
Figura 32. Residuales para el polinomio de segundo orden	39
Figura 33. Curva de polinomio de tercer orden	40
Figura 34. Residuales para polinomio de tercer orden	41
Figura 35. Curva de polinomio de cuarto orden.....	41
Figura 36. Residuales para polinomio de cuarto orden.....	42
Figura 37. Comando “polyfit” y coeficientes obtenidos.....	42
Figura 38. Curva de polinomio de quinto orden	43
Figura 39. Residuales para polinomio de quinto orden	44
Figura 40. Porcentaje de error para estimación de fuerza por relación analítica ..	48
Figura 41. Área transversal menor de cables para resultados de relación analítica con porcentaje de error menor o igual al 10%.....	48
Figura 42. Resumen estadístico para el error obtenido por la relación analítica....	49
Figura 43. Gráfica de probabilidad del error obtenido por la relación analítica ...	50
Figura 44. Porcentaje de error para estimación de fuerza por regresión	52
Figura 45. Área transversal menor de cables para resultados de regresión con porcentaje de error menor o igual al 10%	52
Figura 46. Resumen estadístico para el error obtenido por regresión	53
Figura 47. Gráfica de probabilidad del error obtenido por regresión.....	54

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Tamaños de cable definidos por ISO 6722	18
Tabla 2. Empalmes identificados en familias seleccionadas	23
Tabla 3. Fuerza de tensión obtenida de pruebas experimentales	25
Tabla 4. Resistencia a la tensión de cable de cobre.....	28
Tabla 5. Resultados experimentales utilizados para la relación por regresión	37
Tabla 6. Resultados de pruebas de tracción experimentales y fuerzas estimadas.	45
Tabla 7. Fuerza estimada por relación analítica con error menor o igual a 10 %...	47
Tabla 8. Fuerza estimada por regresión con error menor o igual a 10%	51

GLOSARIO

CLT: Central Limit Theorem. Teorema de Límite Central.

OEM: Original Equipment Manufacturer. El ensamblador final del vehículo completo.

1. INTRODUCCIÓN

1.1. ANTECEDENTES

Una tendencia permanente en la industria automotriz es la reducción de peso en los vehículos. El mayor beneficio del proceso de soldadura ultrasónica es la posibilidad de realizar la soldadura sin añadir material. Unir los cables por soldadura ultrasónica es la solución típica para cumplir con las demandas de alta productividad de la industria automotriz.

Los empalmes son la unión de 2 o más cables soldados ultrasónicamente. Los arneses de los vehículos usan los empalmes ultrasónicos para enviar la misma señal a módulos ubicados en diferentes ubicaciones del automóvil. También facilitan el cambio de calibre de cable para utilizar el requerido por el conector. Un empalme ultrasónico fracturado puede provocar fallas en el vehículo que pueden afectar la seguridad de los ocupantes, aumentar el costo de las garantías y disminuir la confianza del consumidor en el OEM (Original Equipment Manufacturer). En la Figura 1 se muestra un arnés automotriz de consola central en donde se identifican algunos de sus principales componentes.

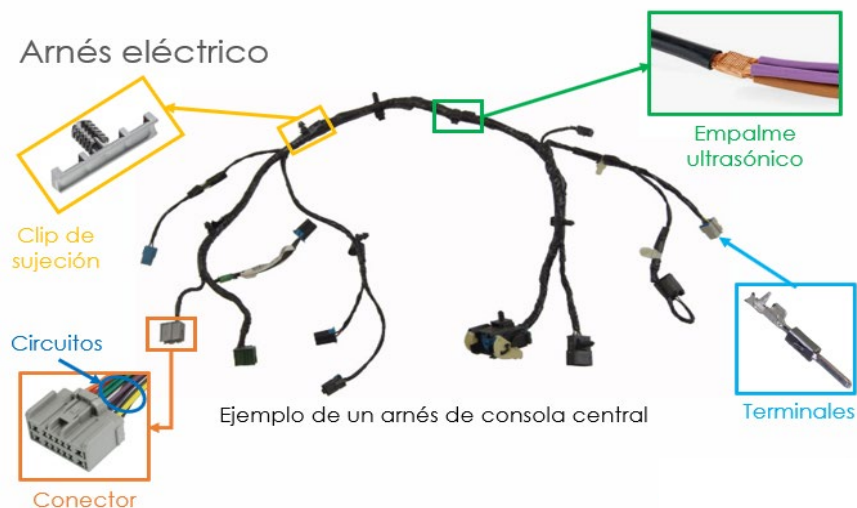


Figura 1. Componentes de arnés eléctrico automotriz

(Factory OEM Parts, 2021)

El estudio se enfoca en la prueba de tracción, por ser un método aceptado universalmente para controlar la calidad del proceso de unión de cables, al realizar esta prueba se obtiene la fuerza máxima que resiste el arreglo de cables y empalme ultrasónico.

Dentro del equipo de diseño de arneses hay 3 roles principales, el ingeniero de diseño que se encarga de modelar en 3D el ruteo del arnés, el ingeniero de liberación que se asegura de tener un arnés para cada opción de vehículo disponible y el arquitecto eléctrico que define las especificaciones de los circuitos a utilizar en el arnés.

El proyecto proporciona una herramienta adicional a los arquitectos eléctricos para elegir las combinaciones de calibre de cable adecuadas para prevenir fracturas de empalmes, desde etapas tempranas del diseño del arnés.

1.2. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

Un empalme fracturado puede provocar que los faros delanteros, el desempañante de vidrio trasero, el radio o la iluminación del tablero del vehículo estén inoperantes.

Un problema que afecta la seguridad de los ocupantes de un vehículo, que un empalme cable a cable fracturado puede ocasionar en un vehículo, es que el motor siga encendido después de que el interruptor de arranque se mueve a la posición de apagado y la llave del vehículo es removida, si las lámparas (de frenado, de estacionamiento o de la cajuela) están encendidas. Aparte del ruido del motor y la vibración, no hay indicador para el conductor de que el motor está encendido. El motor se apaga cuando las lámparas se apagan, normalmente entre 30 y 90 segundos después de quitar la llave, en el peor de los casos 10 minutos después.

Si el vehículo está en movimiento, la direccional izquierda trasera y el freno de estacionamiento eléctrico pueden estar inoperantes y la alerta lateral de zona ciega puede estar activa sin la presencia de otro vehículo en la zona ciega.

1.3. JUSTIFICACIÓN

El proyecto busca disminuir el costo que genera a la compañía, reparar las garantías ocasionadas por la fractura de empalmes cable a cable de arneses.

El tema es de interés para la compañía ya que las fracturas en los empalmes de arneses pueden generar fallas que afectan la seguridad de los ocupantes del vehículo.

El centro de ingeniería ubicado en Toluca cuenta con un laboratorio de materiales disponible para realizar las pruebas requeridas. La compañía cuenta con 3 plantas de ensamble de vehículos en México (Silao, San Luis Potosí y Ramos Arizpe) para observar y comparar el proceso de almacenamiento y manejo de los arneses eléctricos con empalmes cable a cable.

1.4. OBJETIVOS

1.4.1. Objetivo general

Determinar una relación analítica para estimar la fuerza de tracción que resistirá el empalme ultrasónico cable a cable, para disminuir las garantías ocasionadas por la fractura de estos elementos. (Amezcuca, 2021)

1.4.2. Objetivos específicos

Identificar las combinaciones de calibre de cable utilizadas en los empalmes de arneses eléctricos del vehículo D.

Realizar las pruebas de tracción definidas por el estándar USCAR 38 "Especificaciones de desempeño para empalmes cable a cable soldados", a los empalmes del vehículo D.

Desarrollar una hoja de cálculo basada en una relación analítica en donde se ingrese la cantidad de circuitos a utilizar en el empalme, sus calibres y se obtenga la fuerza estimada de tensión a la cual se romperá el empalme.

Correlacionar los resultados de las pruebas de tracción para obtener el modelo matemático con un nivel de confianza mayor o igual a 90 %.

1.5. HIPÓTESIS

Al desarrollar e implementar una relación analítica para estimar la fuerza de tracción que resisten los empalmes ultrasónicos en arneses eléctricos, entonces estos componentes cumplirán la fuerza de tensión requerida por el estándar vigente, porque el modelo tendrá un error relativo menor al 10 %. (Amezcuca, 2021)

2. MARCO TEÓRICO

Dentro de la compañía hay guías de diseño para localizar el empalme ultrasónico buscando optimizar la longitud del cable, procuran que el empalme se encuentre en una ubicación adecuada para evitar la intrusión de agua que puede acelerar la corrosión en los cables de cobre. Recomiendan que el empalme no se encuentre en áreas cerradas o cubiertas para facilitar el acceso en caso de que requieran servicio.

Las buenas prácticas de diseño especifican el tipo de cinta que se debe usar para cubrir el empalme, dependiendo de la zona del vehículo se puede usar cinta de tela o tubos termo contráctiles.

Las especificaciones técnicas para los arneses definen una caída de tensión máxima que los empalmes pueden generar durante la vida del vehículo, así como la resistencia máxima que deben tener al aplicárseles una corriente y una tensión específicas.

2.1. INVESTIGACIONES RECIENTES

Se modeló el impacto de la soldadura ultrasónica en la integridad de las terminales eléctricas en arneses automotrices en términos de estrés y deformación, presentando sus beneficios y limitaciones desde un punto de vista predictivo. (Lemine, 2014)

2.2. ESFUERZO DE TENSIÓN

El esfuerzo es una propiedad de estado en un punto específico dentro de un cuerpo, la cual está en función de la carga, la geometría, la temperatura y el proceso de manufactura. (Budynas, 2008)

El esfuerzo de tensión (σ_F) está dado por: (Budynas, 2008)

Donde:

$$\sigma_F = \frac{F}{A}$$

F es la fuerza de tracción

A es el área transversal del cable sujeto por la tenaza fija

Ecuación 1. Esfuerzo de tensión

Una representación esquemática de la configuración inicial de la prueba de tensión se muestra en la Figura 2, donde (A) es el área transversal inicial e l_0 es la longitud del cable inicial. (Wright, 2016)

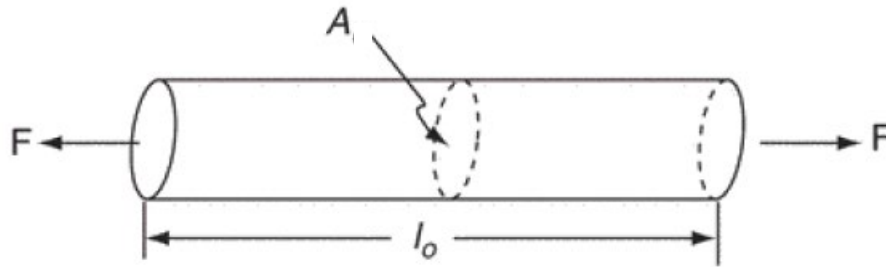


Figura 2. Representación esquemática de la carga en la prueba de tensión

(Wright, 2016)

2.3. ESFUERZO POR MOMENTO DE FLEXIÓN

En la Figura 3 se representa una porción de una viga recta sometida al momento de flexión (M) mostrado por la flecha curva que representa la acción física del momento junto con una flecha recta que indica el vector momento. (Budynas, 2008)

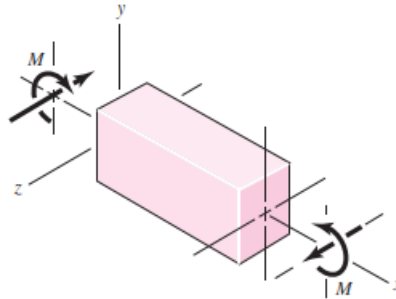


Figura 3. Viga recta en flexión positiva
(Budynas, 2008)

El esfuerzo en flexión (σ_x) varía linealmente con la distancia al eje neutro. Está dado como se indica en la Ecuación 2. (Budynas, 2008)

$$\sigma_x = -\frac{M \cdot y}{I}$$

Donde:

M es el momento flexionante.

y es la distancia al eje neutro.

I es el segundo momento de área.

(Budynas, 2008)

Ecuación 2. Esfuerzo en flexión

El segundo momento de área (I) alrededor del eje z se obtiene con la Ecuación 3.

$$I = \int y^2 dA$$

Donde:

y es la distancia al eje neutro.

A es el área transversal de la viga

Ecuación 3. Segundo momento de área

En la figura 4 se muestra la distribución de esfuerzo dada por la Ecuación 2. (Budynas, 2008)

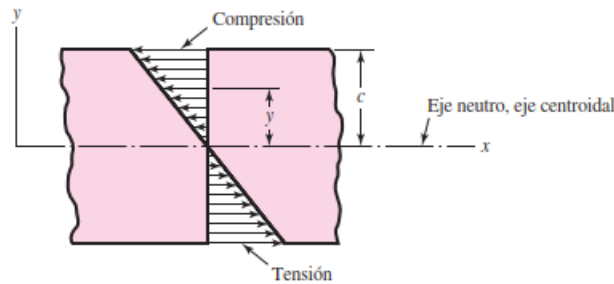


Figura 4. Esfuerzos en flexión

(Budynas, 2008)

La magnitud máxima del esfuerzo en flexión ocurrirá donde y tiene la magnitud más grande. La magnitud máxima del esfuerzo en flexión (σ_M) se define en la Ecuación 4. (Budynas, 2008)

$$\sigma_M = \frac{M \cdot c}{I}$$

Donde:

M es el momento flexionante.

c es la magnitud máxima de y .

I es el segundo momento de área.

Ecuación 4. Esfuerzo en flexión máximo

2.4. CURVA DE ESFUERZO - DEFORMACIÓN

La deformación unitaria normal (ϵ) se obtiene al dividir la deflexión entre la longitud inicial del cable, como se aprecia en la Ecuación 5. (Budynas, 2008)

$$\epsilon = \frac{l - l_0}{l_0}$$

Donde:

l es la longitud calibrada correspondiente a la carga.

l_0 es la longitud inicial del cable.

Ecuación 5. Deformación unitaria normal

Varias propiedades mecánicas de los materiales pueden identificarse gráficamente con la curva de esfuerzo – deformación. Usualmente se representa en el eje X la deformación en mm/mm y en el eje Y el esfuerzo en MPa.

El punto en el que la curva comienza a desviarse de una línea recta se llama límite proporcional. Si la carga se retira en ese punto, no podrá observarse deformación en el cable. En el intervalo lineal, la relación uniaxial esfuerzo – deformación está dada por la ley de Hooke como se indica en la Ecuación 6, donde podemos apreciar que el esfuerzo es proporcional a la deformación. (Budynas, 2008)

$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

Donde:

E es el módulo de elasticidad

Ecuación 6. Ley de Hooke

El módulo de elasticidad es la propiedad del material que da una medida de su flexibilidad, está dado por la pendiente de la línea recta de la porción inicial de la curva esfuerzo – deformación de ingeniería. En la Figura 5 el módulo de elasticidad se representa con la letra E. (Kutz, 2009)

Para la estimación de la fuerza de tracción que resiste el empalme ultrasónico se utiliza el módulo de elasticidad de 125 MPa, típico de cables de cobre comerciales. (Chawla, 2016)

El último esfuerzo es la máxima carga de tensión que un empalme puede resistir, se representa como S_u en la Figura 5. (Kutz, 2009)

$$S_u = \frac{F_{max}}{A_0}$$

Donde:

F_{max} es la Fuerza máxima aplicada

A_0 es el área transversal original

Ecuación 7. Último esfuerzo

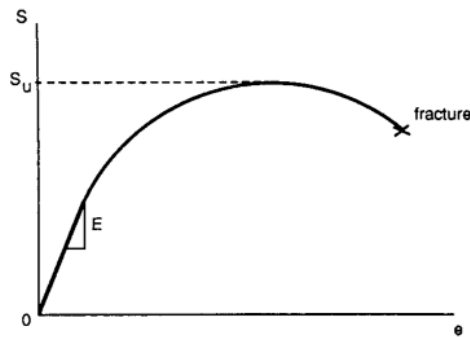


Figura 5. Curva esfuerzo - deformación

(Kutz, 2009)

Una curva de esfuerzo – deformación genérica se muestra en la Figura 6. La prueba inicia en el punto A, entre el punto A y B, la fuerza es proporcional a la elongación. Si la prueba se detiene en esta región, el cable regresará a su longitud original. A la región entre el punto a y B se le conoce como región elástica. (Wright, 2016)

En el punto B el cable empieza a experimentar elongación permanente. Si la prueba se detiene después del punto B, cierta parte de la elongación se recupera al retirar la carga a lo largo de una línea paralela a la línea AB. La elongación recuperada es deformación elástica. La elongación permanente o no recuperable se describe como deformación plástica. (Wright, 2016)

Mas allá del punto B, la capacidad de resistencia a la carga aumenta gradualmente al punto C, en donde un cuello o adelgazamiento local se observa. Toda elongación posterior al punto C, se concentra dentro del cuello. La

capacidad de resistencia a la carga del cable disminuye y la fractura se genera, dentro del cuello, en el punto D. El cuello y la concentración de elongación en él, se ilustra en la Figura 7.

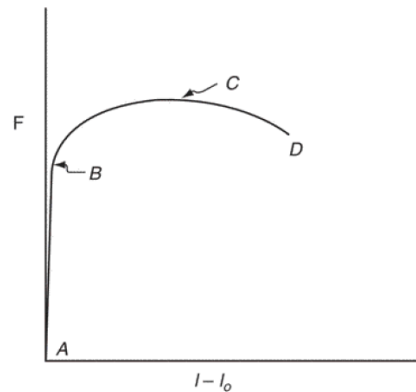


Figura 6. Patrón típico de esfuerzo - deformación durante la prueba de tensión
(Wright, 2016)

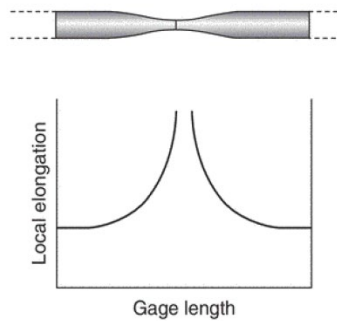


Figura 7. Dibujo esquemático de muestra con cuello y la variación de elongación en el medidor
(Wright, 2016)

2.5 ANÁLISIS DE REGRESIÓN

Es una técnica estadística que puede usarse para analizar datos experimentales, nos dice como los factores considerados afectan la respuesta o variable dependiente. Los factores que pueden afectar a la variable dependiente se

refieren como variables independientes o predictivas. La variable dependiente se denota con (y) y las variables independientes con x_1, x_2, \dots, x_k . El objetivo de este análisis es construir una relación de regresión o ecuación predictiva que relacione a y con x_1, x_2, \dots, x_k . La relación se usa para describir, predecir y controlar y en función de variables independientes. Cuando se predice y para un conjunto particular de valores x_1, x_2, \dots, x_k , se necesita colocar un límite en el error de predicción. El objetivo es construir una relación de regresión que tenga un error suficientemente pequeño para cumplir nuestros requerimientos. (Bowerman, 2015)

Considerando los pares de datos de 2 variables, X y Y , el posible valor de una variable (Y por ejemplo) puede depender de los valores de la otra variable X . Por esta razón no sería apropiado analizar los valores de Y (por ejemplo, determinar su promedio y varianza) sin considerar a X . En la Figura 8 se observa que hay una tendencia general de los valores de Y a incrementar cuando los valores de X aumentan. (Zio, 2007)

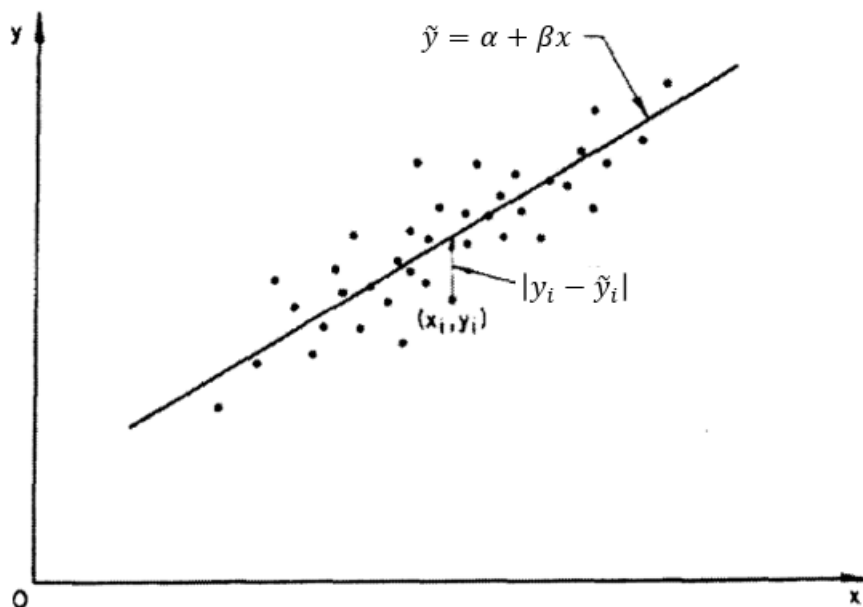


Figura 8. Análisis de regresión lineal para dos variables

(Zio, 2007)

La relación entre variables de Ingeniería no siempre puede describirse adecuadamente por modelos lineales. La regresión puede estimar parámetros para una relación no lineal entre variables de datos, realizando procesos similares a la regresión lineal, utilizando una función polinomial, modelando la relación entre x y la variable y con un polinomio de grado m como se define en la Ecuación 8. (Gupta, 2014)

$$y_i = \sum_{j=1:m} a_j x_i^j + b$$

Ecuación 8. Función polinomial

2.6 ANÁLISIS DE CORRELACIÓN

El análisis de correlación es el estudio del grado de interrelación lineal entre variables aleatorias. La precisión de un modelo entre variables depende de la correlación entre ellas, medida por el coeficiente de correlación, que basado en un conjunto de valores observados X y Y , este coeficiente puede estimarse como se indica en la Ecuación 9. (Zio, 2007)

$$\hat{\rho} = \frac{1}{n-1} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{s_X s_Y} = \frac{1}{n-1} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{s_X s_Y}$$

Ecuación 9. Coeficiente de correlación

Donde: n es el número de valores observados (X, Y).

$(y_i - \bar{y})$ es la desviación total.

s_X es la varianza de los valores de X .

s_Y es la varianza de los valores de Y .

\bar{x} es el promedio de los valores de X .

\bar{y} es el promedio de los valores de Y .

Si $\hat{\rho} \approx \pm 1$, entonces hay una relación lineal fuerte entre X y Y , por lo que es adecuado realizar un análisis de regresión lineal. Por el contrario, si $\hat{\rho} \approx 0$, indica que hay una relación no lineal entre las variables. Es posible estimar al coeficiente de correlación como se muestra en la Ecuación 10. (Zio, 2007)

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \cdot \frac{s_X}{s_Y} = \hat{\beta} \frac{s_X}{s_Y}$$

Ecuación 10. Coeficiente de correlación en términos del coeficiente de x en regresión lineal

Asimismo, se puede definir la varianza de Y con respecto a x como se muestra en la Ecuación 11.

$$Var[Y|x] = \frac{1}{n-2} \left[\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 - \hat{\rho}^2 \frac{s_Y^2}{s_X^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right] = \frac{n-1}{n-2} s_Y^2 (1 - \hat{\rho}^2)$$

Ecuación 11. Varianza de Y con respecto a x

De donde podemos despejar el término $\hat{\rho}^2$ como se aprecia en la Ecuación 12.

$$\hat{\rho}^2 = 1 - \frac{n-2}{n-1} \cdot \frac{s_{Y|x}^2}{s_Y^2} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} r^2 = \frac{s_Y^2 - s_{Y|x}^2}{s_Y^2}$$

Ecuación 12. Coeficiente de correlación cuadrado

De este modo, podemos apreciar que a un valor mayor de $|\hat{\rho}|$, mayor será la reducción en la varianza cuando la tendencia entre las variables se toma en cuenta y más precisa será la predicción basada en la ecuación de regresión. (Zio, 2007)

2.7 AJUSTE DE CURVAS POLINOMIAL

Es posible resolver sistemas lineales con métodos que aprovechen la estructura matricial, como el procesamiento paralelo al resolver sistemas lineales con matrices Vandermonde. (Gallopoulos, 2016)

El tipo de estructura que está presente en las matrices Vandermonde es que son de intervalo de desplazamiento pequeño, una propiedad que permite la construcción de algoritmos de baja complejidad. Es decir, si A es la matriz en construcción, existen matrices triangulares más pequeñas P y Q cuyo intervalo cualquiera $A - PAQ^T$ o $PA - AQ^T$ (llamado desplazamiento) es pequeño. (Gallopoulos, 2016)

Si una matriz puede expresarse como $A = S + E$, donde S es estructurada y E no es cero, pero es pequeño, esto es valioso porque la matriz estructurada S puede ser un preconditionador efectivo en un esquema iterativo. (Gallopoulos, 2016)

Las matrices Vandermonde son determinadas por el vector $x = (\xi_1, \dots, \xi_n)^T$ como se muestra en la Ecuación 13. (Gallopoulos, 2016)

$$V_m(x) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \xi_1 & \xi_2 & \dots & \xi_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \xi_1^{m-1} & \xi_2^{m-1} & \dots & \xi_n^{m-1} \end{pmatrix}$$

Donde:

m indica el número de filas y el número de columnas es el tamaño de x .

(Gallopoulos, 2016)

Ecuación 13. Matriz Vandermonde

Si $V(x)$ es una matriz Vandermonde cuadrada de orden n y $Q = \text{diag}(\xi_1, \dots, \xi_n)$, entonces el intervalo $(V(x) - JV(x)Q) = 1$. Se cumple que las matrices Vandermonde tienen un intervalo de desplazamiento pequeño (cercano a uno).

Es clave para muchos algoritmos un resultado fundamental de la teoría de interpolación polinomial, en concreto, dada una interpolación $n + 1$ con pares (nodo, valor) $\{(\xi_k, \beta_k)\}_{k=0:n}$, donde los valores ξ_k son todos distintos, existe un polinomio único de grado n que satisface $p_n(\xi) = \beta_k$ para $k = 0, \dots, n$. Escribiendo el polinomio en su forma de potencia, $p_n(\xi) = \sum_{j=0}^n \alpha_j \xi^j$, el vector de coeficientes $a = (\alpha_0, \dots, \alpha_n)^T$ es la solución del sistema Vandermonde dual $V^T a = b$. (Gallopoulos, 2016)

El comando de MATLAB "polyfit" utiliza el vector (x) para formar la matriz de Vandermonde V con $n + 1$ columnas y m filas ($m = \text{longitud}(x)$) conformando un sistema lineal especial. Su sintaxis se muestra en la Ecuación 14. (Mathworks, 2021)

$$p = \text{polyfit}(x, y, n)$$

Donde:

x es un vector con valores de entrada.

y es un vector con valores obtenidos en función de x .

n es el grado requerido del polinomio.

Ecuación 14. Sintaxis del comando "polyfit"

Este comando entrega los coeficientes para un polinomio $p(x)$ de grado n que es la mejor solución (en juicio de mínimos cuadrados) para los datos en el vector (y) . Los coeficientes en (p) están en orden descendente de potencia y su longitud es de $n + 1$, como se aprecia en la Ecuación 15. (Mathworks, 2021)

$$p(x) = p_1 x^n + p_2 x^{n-1} + \dots + p_n x + p_{n+1}$$

Ecuación 15. Polinomio obtenido por comando "polyfit"

2.8 TEOREMA DE LÍMITE CENTRAL

Si X_1, X_2, \dots, X_n son variables independientes y distribuidas aleatoriamente idénticamente (la distribución siendo arbitraria), cada una con promedio μ_x y varianza σ_x^2 , y si: (Engineering Mathematics Group, 2018)

$$W_n = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n} \quad \text{y} \quad Z_n = \frac{X_1 + \dots + X_n - n\mu_x}{\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}}$$

Ecuación 16. Distribuciones del CLT

Entonces, conforme $n \rightarrow \infty$, entonces las distribuciones de W_n y Z_n tenderán a: (Engineering Mathematics Group, 2018)

$$W_n \sim N\left(\mu_x, \frac{\sigma_x^2}{n}\right) \quad \text{y} \quad Z_n \sim N(0,1) \text{ respectivamente.}$$

Ecuación 17. Tendencia de las distribuciones del CLT

Si la población original no está distribuida normalmente, la distribución de muestreo de los promedios se aproximará incrementalmente a una distribución normal mientras el tamaño de muestra incrementa. Los estadísticos usualmente consideran un tamaño de muestra de 30 o más datos lo suficientemente grande para poblaciones no normales. (Ramu, 2017)

2.9 PRUEBA DE TENSIÓN A EMPALMES ULTRASÓNICOS

El estándar USCAR 38 se utiliza para validar el empalme ultrasónico antes de utilizarlo en el arnés del vehículo. Las pruebas de choque térmico, ciclos de temperatura – humedad y estrés mecánico en diferentes direcciones, buscan simular una vida de exposición del vehículo en el camino. (United States Council for Automotive Research, 2016)

La prueba de tracción se realiza sujetando 2 cables del empalme a las mordazas de la máquina universal, cuando los conductores tienen una diferencia menor o igual a un escalón de la Tabla 1, se coloca en la mordaza móvil de la máquina universal el cable con el área transversal más pequeña, como se muestra en la Figura 9. (United States Council for Automotive Research, 2016)

Tabla 1. Tamaños de cable definidos por ISO 6722

Área transversal cable (mm ²)	0.35	0.50	0.75	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0	6.0	8.0

(The International Organization for Standardization, 2011)

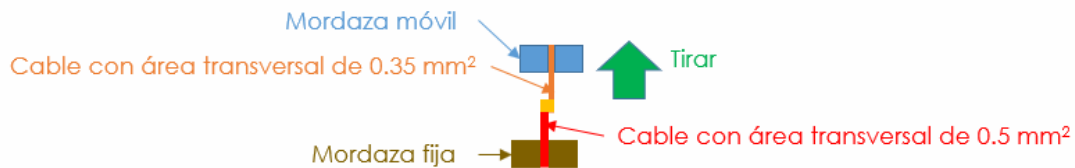


Figura 9. Ejemplo de empalme doble

(Amezcuca, 2021)

Cuando los conductores que componen el empalme tienen una diferencia mayor a un escalón de la Tabla 1, se coloca en la mordaza móvil el cable con el área transversal menor y con una nueva muestra, el cable con área transversal mayor, como se aprecia en la Figura 10.

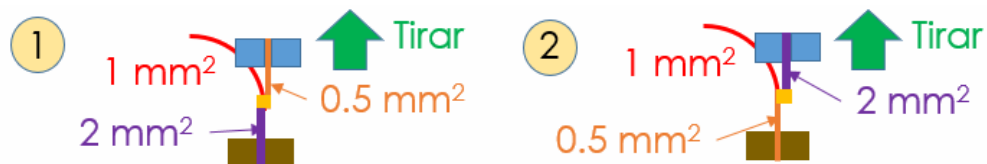


Figura 10. Ejemplo de empalme triple

(Amezcuca, 2021)

3. PROCEDIMIENTO

El proyecto se enfoca en los empalmes ultrasónicos de los arneses automotrices. La Figura 11 muestra ejemplos de las configuraciones de empalmes ultrasónicos utilizados comúnmente en la industria automotriz a) con cables en ambos lados y b) cuando los cables están del mismo lado.

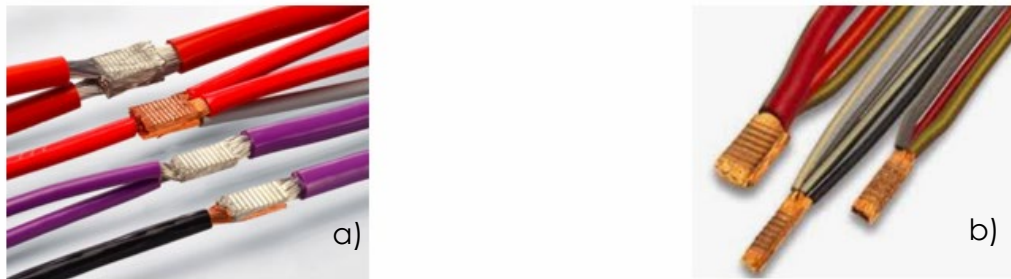


Figura 11. Configuración de empalmes

(Telsonic, 2021)

La configuración que será estudiada y evaluada es del tipo mostrado en la Figura 11-a), porque la mayoría de los empalmes en el vehículo seleccionado tienen esta configuración.

El universo de arneses con que cuenta un automóvil se puede organizar mediante familias. Cada una de las familias de arneses está asociada con sistema del vehículo. La figura 12 muestra el conjunto de familias, en particular el trabajo está enfocado a la familia de arneses de carrocería, lámparas frontales, fascia frontal y fascia trasera de un vehículo.

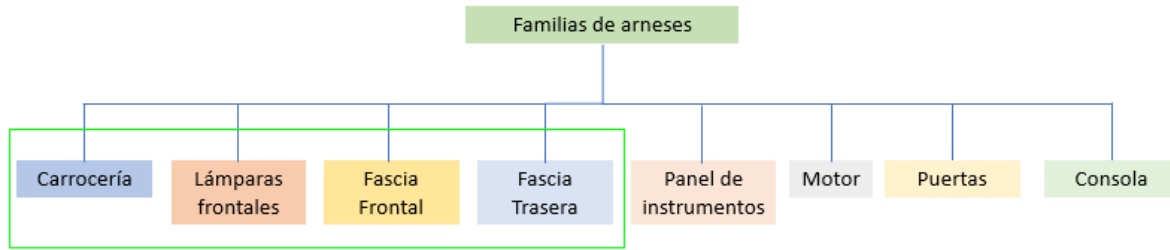


Figura 12. Familias de arneses

Elaboración propia

Se consideró la prueba de tracción en el alcance del proyecto, de entre las que se realizan para validarlo antes de su uso.

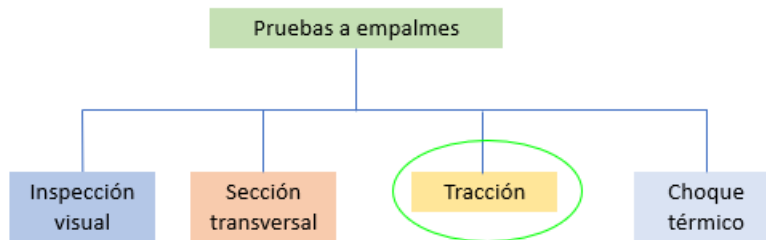


Figura 13. Pruebas a empalmes ultrasónicos

Elaboración propia

3.1. IDENTIFICACIÓN DE EMPALMES

El agrupamiento de los arneses en sus familias y la identificación de los empalmes asociados con los arneses de las familias a estudiar se parte de un archivo de Excel que contiene todos los circuitos del arnés, junto con sus características más relevantes, como lo son su número, el conector y la cavidad del que parte, el conector y la cavidad a la que llega, su área transversal, su longitud, el color del aislante, su material, una breve descripción de su función, como se muestra en el ejemplo de la Figura 14.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
	Circuit #	From Conn	From Pin ID	From Term	To Conn	To Pin ID	To Term	Wire Gauge	Wire Color	Wire Length	IVED Harness Name	Wire Type	W_spec	Circuit Type	RPO Code	Harness #
1	4	13519780_X16X20_X1	4		13525992_A608_X1	5		0.35	VT/YE	3028.874215	W53	CU-R2PVC-A	7	Accessory Voltage		84876747
2	24	13581067_X16X6_X1	5		13590709_X152X404_X1	1		0.5	GN/WH	5229.338535	W53	CU-R2PVC-A	7	Backup Lamp Supply Voltage		84876747
3	3	13519780_X16X20_X1	3		13525992_A608_X1	13		0.35	VT/BK	3028.874215	W53	CU-R2PVC-A	7	Run/Crank Ignition 1 Voltage		84876747
4	4	13525992_A608_X1	5		13519780_X16X20_X1	4		0.35	VT/YE	3028.874215	W53	CU-R2PVC-A	7	Accessory Voltage		84876747
5	1324	STD_X1175P1324_X1	X		13576036_A15_X7	4		0.5	GN/WH	1869.810949	W53	CU-R2PVC-A	1	Backup Lamp Supply Voltage (2)	&DD8/UEV	84876747
6	502	23332966_X600X93_X1	A21		STD_X1175P502_DLP_X1	X		3	RD/GN	47.84788819	W53	CU-R2PVC-B	7	Battery Positive Voltage (5)	&DLP&TB5/TC2	84876747

Figura 14. Ejemplo de listado de circuitos en un arnés

Elaboración propia

Se adecua el archivo para que todos los empalmes queden en una sola columna, en este caso se colocan en la columna B, como se indica en la Figura 15.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
	Circuit #	From Conn	From Pin ID	From Term	To Conn	To Pin ID	To Term	Wire Gauge	Wire Color	Wire Length	IVED Harness Name	Wire Type	W_spec	Circuit Type	RPO Code	Harness #
1	4	13519780_X16X20_X1	4		13525992_A608_X1	5		0.35	VT/YE	3028.874215	W53	CU-R2PVC-A	7	Accessory Voltage		84876747
2	24	13581067_X16X6_X1	5		13590709_X152X404_X1	1		0.5	GN/WH	5229.338535	W53	CU-R2PVC-A	7	Backup Lamp Supply Voltage		84876747
3	3	13519780_X16X20_X1	3		13525992_A608_X1	13		0.35	VT/BK	3028.874215	W53	CU-R2PVC-A	7	Run/Crank Ignition 1 Voltage		84876747
4	4	13525992_A608_X1	5		13519780_X16X20_X1	4		0.35	VT/YE	3028.874215	W53	CU-R2PVC-A	7	Accessory Voltage		84876747
5	1324	STD_X1175P1324_X1	X		13576036_A15_X7	4		0.5	GN/WH	1869.810949	W53	CU-R2PVC-A	1	Backup Lamp Supply Voltage (2)	&DD8/UEV	84876747
6	502	23332966_X600X93_X1	A21		STD_X1175P502_DLP_X1	X		3	RD/GN	47.84788819	W53	CU-R2PVC-B	7	Battery Positive Voltage (5)	&DLP&TB5/TC2	84876747
7	4	13525992_A608_X1	5		13519780_X16X20_X1	4		0.35	VT/YE	3028.874215	W53	CU-R2PVC-A	7	Accessory Voltage		84876747
8	24	13590709_X152X404_X1	1		13581067_X16X6_X1	5		0.5	GN/WH	5229.338535	W53	CU-R2PVC-A	7	Backup Lamp Supply Voltage		84876747
9	3	13525992_A608_X1	13		13519780_X16X20_X1	3		0.35	VT/BK	3028.874215	W53	CU-R2PVC-A	7	Run/Crank Ignition 1 Voltage		84876747
10	4	13519780_X16X20_X1	4		13525992_A608_X1	5		0.35	VT/YE	3028.874215	W53	CU-R2PVC-A	7	Accessory Voltage		84876747
11	1324	13576036_A15_X7	4		STD_X1175P1324_X1	X		0.5	GN/WH	1869.810949	W53	CU-R2PVC-A	1	Backup Lamp Supply Voltage (2)	&DD8/UEV	84876747
12	502	STD_X1175P502_DLP_X1	X		23332966_X600X93_X1	A21		3	RD/GN	47.84788819	W53	CU-R2PVC-B	7	Battery Positive Voltage (5)	&DLP&TB5/TC2	84876747

Figura 15. Empalmes de la columna E se copian a la columna B

Elaboración propia

Se genera una tabla pivote para identificar que circuitos tiene cada número de parte del arnés, como se aprecia en la Figura 16.

Circuit #	From Pin ID	To Conn	To Pin ID	Wire Gauge	Wire Color	84876747	84876748	84876749	84876750	84876751	84876754
195	2	STD_X117SP195_W53_2_X1	X	0.75	BU/WH	1					1
294	1	STD_X117SP294_W53_X1	X	0.75	BN/YE	1					1
1450	A	STD_X117SP1450_L_X1	X	8	BK	1	1	1	1	1	1

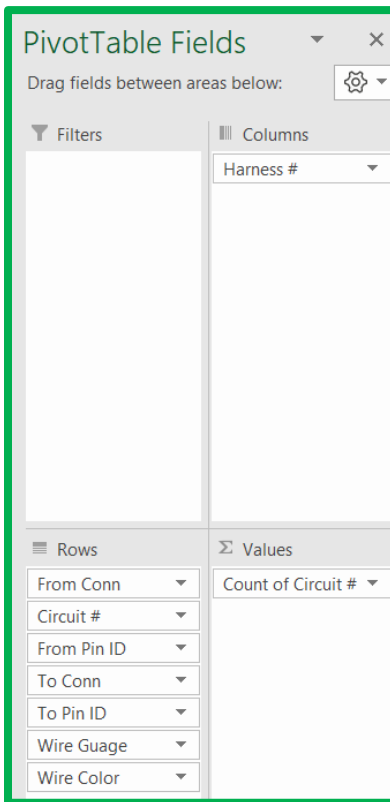


Figura 16. Tabla pivote para identificar circuitos por número de parte del arnés

Elaboración propia

Se filtra por identificación del empalme para conocer que circuitos lo conforman y en qué número de parte del arnés se utiliza, como se muestra en la Figura 17, donde podemos distinguir que el empalme se forma por 3 cables con área transversal de 0.75 mm², y se encuentra en los números de parte 84876771 y 84876777.

From Conn	Circuit	From Pin ID	To Conn	To Pin ID	Wire Gauge	Wire Color	84876771	84876776	84876777
STD_X117SP117_X1	117	X	13519701_X138X610_X1	34	0.75	YE/BK		1	
STD_X117SP117_X1	117	X	13519780_X16X20_X1	40	0.75	YE/BK		1	
STD_X117SP117_X1	117	X	13591061_N7ANC_ONLY_X2	14	0.75	YE/BK		1	

Figura 17. Circuitos que integran empalme SP117

Elaboración propia

Dentro de las familias de arneses seleccionadas, se identificaron 41 empalmes diferentes, integrados desde 2 hasta 8 cables, con circuitos de área transversal entre 0.35 mm² y 8 mm², 38 con la configuración de cables en ambos lados y 3 con cables del mismo lado como se aprecia en la Tabla 2. El color en la fila identifica la familia de arnés en la que se utiliza el empalme.

Tabla 2. Empalmes identificados en familias seleccionadas

No.	Familia	Configuración	No. de cables	Área transversal de los cables que componen el empalme (mm ²)									
				C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8		
1	A	Ambos lados	2	2.5	4								
2	D	Ambos lados	2	0.75	1								
3	A	Ambos lados	3	1	8	0.75							
4	A	Ambos lados	3	2.5	8	2.5							
5	A	Ambos lados	3	0.35	0.35	0.35							
6	A	Ambos lados	3	2	2	2							
7	B	Ambos lados	3	0.5	0.5	0.5							
8	B	Ambos lados	3	0.5	1.5	1.5							
9	C	Ambos lados	3	0.35	0.5	0.5							
10	C	Ambos lados	3	0.75	0.35	0.35							
11	D	Ambos lados	3	0.75	0.75	0.75							
12	D	Ambos lados	3	1.5	1.5	2							
13	D	Ambos lados	3	0.75	1	1							
14	D	Ambos lados	3	0.5	0.35	0.35							
15	D	Mismo lado	3	0.5	0.75	0.5							
16	D	Ambos lados	3	2.5	2.5	2.5							
17	D	Ambos lados	3	3	3	3							
18	D	Mismo lado	3	1.5	1.5	1.5							
19	A	Ambos lados	4	1	0.5	8	0.75						
20	C	Ambos lados	4	0.75	0.5	0.35	0.35						
21	D	Ambos lados	4	0.5	0.5	0.5	0.5						
22	D	Ambos lados	4	0.5	0.35	0.35	0.5						
23	D	Mismo lado	4	0.75	0.75	0.75	0.75						
24	D	Ambos lados	4	0.35	0.35	0.35	0.35						
25	D	Ambos lados	4	3	0.5	1.5	8						
26	A	Ambos lados	5	1	1	0.5	8	0.75					
27	B	Ambos lados	5	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35					
28	C	Ambos lados	5	0.35	0.35	0.35	0.5	0.5					
29	C	Ambos lados	5	0.75	0.5	0.5	0.35	0.35					
30	D	Ambos lados	5	8	0.35	6	0.75	2					
31	D	Ambos lados	5	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75					
32	D	Ambos lados	5	3	0.5	0.5	1.5	8					
33	D	Ambos lados	6	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75				
34	D	Ambos lados	6	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35			
35	A	Ambos lados	7	0.5	1	0.5	0.5	2.5	0.35	0.5			
36	B	Ambos lados	7	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35		
37	C	Ambos lados	7	0.75	0.5	0.35	0.35	0.5	0.35	0.35			
38	D	Ambos lados	7	0.75	0.75	3	3	0.5	1.5	8			
39	A	Ambos lados	8	0.5	1	0.5	0.5	2.5	0.5	0.35	0.5		
40	D	Ambos lados	8	0.5	0.5	0.75	0.75	1.5	3	3	8		
41	D	Ambos lados	8	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	

Elaboración propia

3.2 RESULTADOS DE PRUEBAS DE TENSIÓN EN EMPALMES

La primera etapa del trabajo consiste en el desarrollo de las pruebas mecánicas al conjunto de empalmes mostrados en la Tabla 2. La Tabla 3 enlista los resultados experimentales de 48 pruebas de tensión en los empalmes. La magnitud mínima de la fuerza resultante de la prueba es 55 N, la cual corresponde al empalme formado con tres cables, dos con una sección transversal de 0.35 mm^2 y uno con sección transversal de 0.5 mm^2 . La magnitud máxima de la fuerza es de 548 N y se presenta en el empalme formado con tres cables, dos con área transversal de 2.5 mm^2 y uno con área transversal de 8 mm^2 .

En la primera columna de la Tabla 3 se reporta el área transversal del cable sujeto a la mordaza superior (móvil) de la máquina universal, en la segunda columna se indica el área transversal del cable sujeto a la mordaza inferior (fija), de la columna C3 a C8 el área transversal de los cables que componen el empalme y no están sujetos durante la prueba de tensión. Encerrados con un borde más grueso se indican las pruebas realizadas al mismo empalme, donde primero se coloca en la mordaza móvil el cable con menor área transversal y posteriormente con otra muestra del mismo empalme, se coloca en la mordaza móvil el cable con mayor área transversal. La Figura 18 muestra el montaje experimental de la prueba de tensión para un empalme conformado por 3 cables.

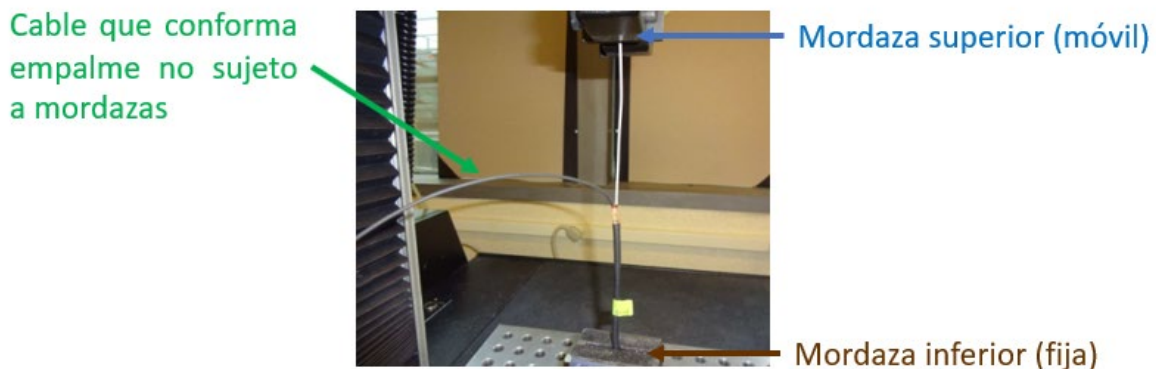


Figura 18. Ejemplo de montaje experimental de prueba de tensión a empalme de 3 cables

Elaboración propia

Tabla 3. Fuerza de tensión obtenida de pruebas experimentales

Área transversal de los cables que componen el empalme (mm ²)								Fuerza Experimental (N)
CMS	CMI	C3	C4	C5	C6	C7	C8	
2.5	4							275
0.75	1							132
0.75	8	1						94
8	2.5	2.5						548
0.35	0.35	0.35						66
2	2	2						335
0.5	0.5	0.5						90
0.5	1.5	1.5						113
1.5	1.5	0.5						257
0.35	0.5	0.5						86
0.5	0.5	0.35						88
0.35	0.35	0.75						85
0.35	0.75	0.35						85
0.75	0.75	0.75						132
0.35	0.5	0.35						55
2.5	2.5	2.5						525
3	3	3						319
1.5	1.5	1.5						307
0.75	0.5	1	8					120
1	8	0.75	0.5					209
0.5	0.75	0.35	0.35					94
0.5	0.5	0.5	0.5					94
0.35	0.5	0.35	0.5					55
0.75	0.75	0.75	0.75					170
0.35	0.35	0.35	0.35					75
0.5	8	1.5	3					94
3	8	0.5	1.5					320
0.35	0.35	0.35	0.35	0.35				79
0.35	0.35	0.35	0.5	0.5				76
0.35	0.5	0.35	0.5	0.75				87
0.75	0.5	0.5	0.35	0.35				116
0.75	0.75	0.75	0.75	0.75				170
8	3	0.5	0.5	1.5				320
8	0.5	0.5	1.5	3				93
0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75			170
0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35			68
0.35	0.5	0.5	0.5	0.5	1	2.5		89
1	2.5	0.35	0.5	0.5	0.5	0.5		202
0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35		78
0.35	0.35	0.35	0.35	0.5	0.5	0.75		83
0.5	0.75	0.35	0.35	0.5	0.35	0.35		103
8	0.5	0.75	0.75	3	3	1.5		94
8	3	0.5	0.75	0.75	1.5	3		319
0.35	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	1	2.5	72
1	2.5	0.35	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	197
8	0.5	0.5	0.75	0.75	1.5	3	3	93
8	3	0.5	0.5	0.75	0.75	1.5	3	320
0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	69

Elaboración propia

De las pruebas experimentales se observa que el material falla en la curvatura formada por la rotación del empalme, como se aprecia en la Figura 19.

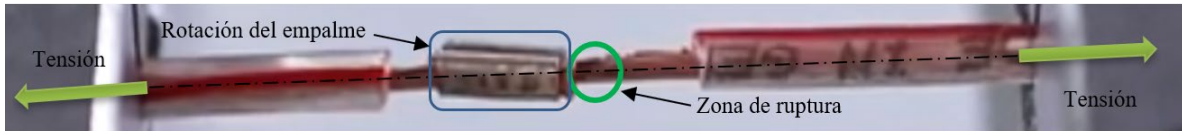


Figura 19. Rotación del empalme por mordazas concéntricas de la máquina universal
(Amezcuca, 2021)

3.3. OBTENCIÓN DE RELACIÓN ANALÍTICA

La fuerza máxima que resiste el empalme se determinó aplicando la disciplina de resistencia de los materiales, considerando la resistencia mínima a la tensión del cable, el módulo de elasticidad del cobre, el ángulo y radio de curvatura y el área transversal de los cables sujetos por las mordazas de la máquina universal.

El arreglo de cables con su empalme es dividido en secciones de acuerdo con el tipo de esfuerzo al que está sometido el cable sujeto por la mordaza fija, el empalme y el cable sujeto por la mordaza móvil en la prueba de tensión, esta segmentación se visualiza en la Figura 20.

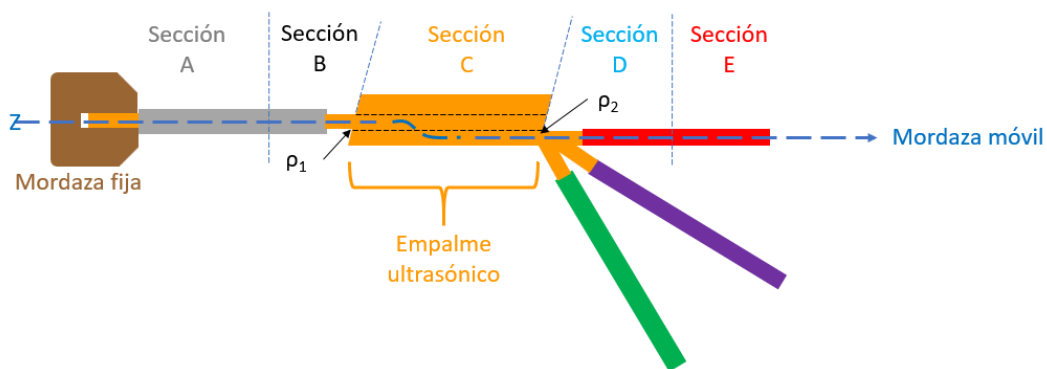


Figura 20. Segmentación de cables y empalme por tipo de esfuerzo
(Amezcuca, 2021)

3.3.1 Esfuerzo en sección A

En la sección A de la Figura 20, se asume que la fuerza de tensión aplicada por las mordazas se distribuye de manera uniforme en la sección transversal de los múltiples filamentos que conforman el cable, por lo que el esfuerzo es de tensión (σ_F), se define como se indica en la Figura 21. (Budynas, 2008):



Figura 21. Esfuerzo de tensión en la sección A

(Amezcuca, 2021)

La distribución de la fuerza en las secciones C y E tiene un comportamiento similar al mostrado en la sección A.

La resistencia mínima a la tensión en estas secciones se obtuvo de la tabla de propiedades de cables redondos de cobre, convirtiendo el calibre definido por AWG (American Wire Gauge) al área transversal del cable en mm^2 e interpolando valores de área transversal intermedios (Davis, 2001).

Tabla 4. Resistencia a la tensión de cable de cobre

Dimensión AWG del conductor (mil)	Resistencia a la tensión nominal de cable de cobre de temple duro por ASTM B 1 (MPa)	Área transversal del cable (mm ²)
8	440	8.37
9	445	6.63
10	445	5.26
11	450	4.17
12	455	3.31
13	455	2.62
14	455	2.08
15	460	1.65
16	460	1.31
17	460	1.04
18	460	0.823
19	463	0.653
20	465	0.518
21	467	0.41
22	468	0.326

(Davis, 2001)

3.3.2 Esfuerzo en sección B

Para la sección B de la Figura 20, el cable presenta un esfuerzo de tensión (σ_F) como resultado de la fuerza aplicada por la máquina universal, así como el esfuerzo por el momento de flexión (σ_M) como resultado de la rotación del empalme al inducirse la alineación de los cables sometidos a tensión en la máquina universal (las tenazas se encuentran concéntricas) representado en el esquema de la Figura 22. El esfuerzo del cable es: (Budynas, 2008)

$$\sigma_T = \sigma_F + \sigma_M = \frac{F}{A} \pm \frac{M \cdot c}{I}$$

Ecuación 18. Esfuerzo total del cable

Donde:

M es el momento de flexión

c es el radio del cable

I es el segundo momento de área

El \pm en la ecuación representa la tensión o compresión que se produce en el cable dependiendo del sentido donde se produce el dobléz.

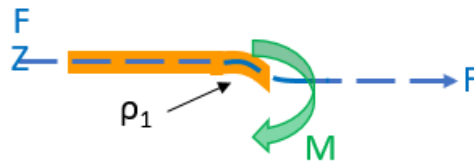


Figura 22. Esfuerzo de tensión y momento de flexión en sección B

(Amezcuca, 2021)

La distribución de las cargas que se producen en la sección D de la Figura 20 es similar la distribución de carga de la sección B. El efecto de rotación del empalme al someter a tensión el sistema induce también un momento de flexión en la sección D, pero esta rotación se presenta en sentido opuesto al existente en la sección B con la misma intensidad.

Como se comentó en la sección 3.2, el 100% de los cables probados presentan la falla o ruptura del elemento en la sección B y D, por lo que el estudio se enfoca en el comportamiento del cable en estas secciones.

3.3.3 Consideraciones para la obtención de la fuerza

1. El cálculo se realiza tomando la resistencia mínima a tensión del cable.
2. Se considera el cable como un alambre con sección transversal circular y cuya área es la suma de las áreas de cada uno de los filamentos del cable.
3. La sección transversal del empalme (A_E) es la suma de las secciones transversales (A_i) de los cables que lo componen, como se muestra en la Figura 23.

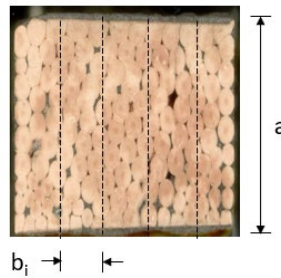


Figura 23. Ejemplo de sección transversal del empalme
(Amezcuca, 2021)

$$A_E = \sum_{i=1}^n A_i$$

Ecuación 19. Área transversal del empalme

4. La magnitud del lado del cuadrado (a) formado en el empalme es:

$$a = (A_E)^{\frac{1}{2}}$$

Ecuación 20. Lado del área transversal del empalme

5. El ancho (b_i) de cada uno de los cables dentro del empalme es:

$$b_i = \frac{A_i}{a}$$

Ecuación 21. Ancho del cable dentro del empalme

3.3.4 Distancia entre centros de cables sujetos a las mordazas

La ubicación de cada uno de los cables sometidos a la tensión en el empalme define la distancia entre los ejes axiales de los cables, por lo que existen un número n de casos dependiendo del número de cables en el empalme. Pero existen 2 casos extremos ejemplificados en la Figura 24 y son:

Caso 1: Los dos cables sujetos a las mordazas de la máquina universal están adjuntos.

Caso 2: Los dos cables sujetos a las mordazas de la máquina universal están en los extremos opuestos del empalme.

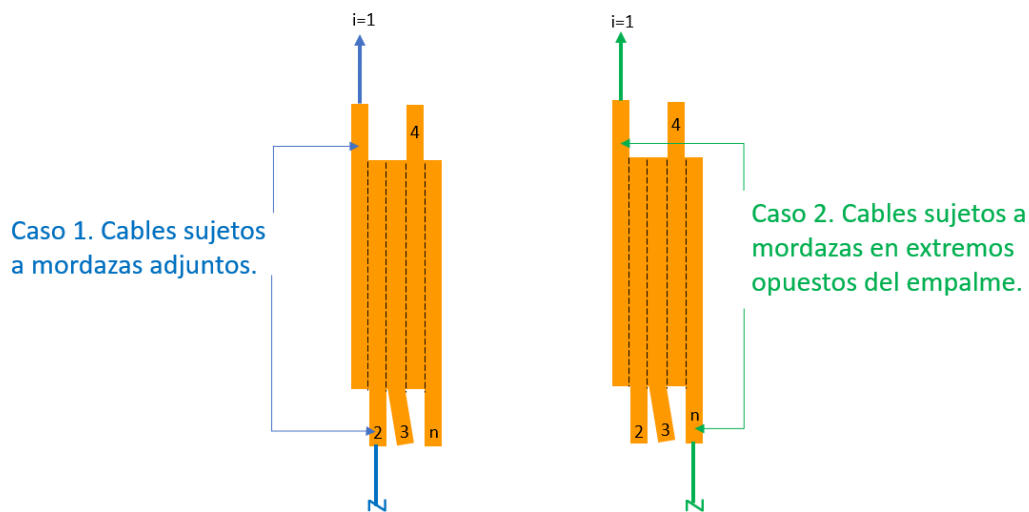


Figura 24. Casos extremos de la ubicación de los cables en el empalme

(Amezcuá, 2021)

Por lo que la distancia entre centros para el caso 1 es:

$$C_1 = \frac{b_1 + b_2}{2}$$

Ecuación 22. Distancia entre centros para el caso 1

Y la distancia entre centros para el caso 2 es:

$$C_2 = \frac{b_1 + b_n}{2} + \sum_{i=2}^{n-1} b_i$$

Ecuación 23. Distancia entre centros para el caso 2

3.3.5 Rotación en el empalme

La rotación (\emptyset) que se produce en el empalme como resultado de la concentricidad de los ejes axiales de la máquina universal, se muestra en la Figura 25 y se obtiene de la siguiente forma:

$$\emptyset_1 = \tan^{-1} \frac{C_1}{L} \quad \text{Donde } L \text{ es la longitud del empalme}$$

Ecuación 24. Rotación en el empalme para el caso 1

$$\emptyset_2 = \tan^{-1} \frac{C_2}{L}$$

Ecuación 25. Rotación en el empalme para el caso 2

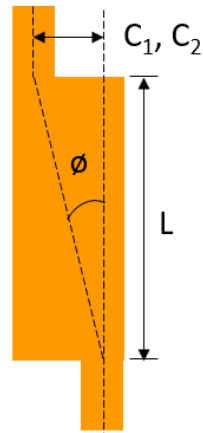


Figura 25. Rotación en el empalme por concentricidad de los ejes axiales de la máquina universal

(Amezcuca, 2021)

3.3.6 Desplazamiento por rotación del empalme

El desplazamiento (y) que se produce por la rotación del empalme se aprecia en la Figura 26.

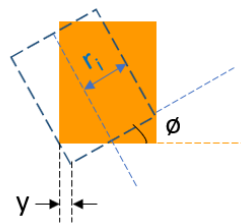


Figura 26. Desplazamiento producido por la rotación del empalme

(Amezcuca, 2021)

Puede definirse como:

$$y = r_i \cdot (1 - \cos\phi) \quad \text{Donde: } r_i \text{ es el radio del cable}$$

Ecuación 26. Desplazamiento por la rotación del empalme

3.3.7 Curvatura en viga empotrada

Considerando que la sección B y D son 2 vigas empotradas, como se ejemplifica en la Figura 27, es posible definir el radio de curvatura (ρ) como (Kutz, 2009):

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{E \cdot I}$$

Donde:

E es el módulo de elasticidad del cobre,

I es el segundo momento de área

M es el momento de flexión

Ecuación 27. Radio de curvatura

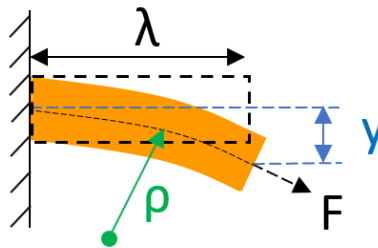


Figura 27. Curvatura en una viga empotrada

(Amezcuca, 2021)

El desplazamiento (y) puede definirse como:

$$y = \frac{F \cdot \lambda^3}{3 \cdot I \cdot E} = \frac{M \cdot \lambda^2}{3 \cdot I \cdot E}$$

Donde:

λ es el arco de curvatura

E es el módulo de elasticidad del cobre

I es el segundo momento de área

M es el momento de flexión

Ecuación 28. Desplazamiento por rotación del empalme

El momento que induce la flexión del cable es:

$$M = \frac{3 \cdot I \cdot E \cdot y}{\lambda^2} = \frac{3 \cdot I \cdot E \cdot r_i \cdot (1 - \cos\phi)}{\lambda^2}$$

Ecuación 29. Momento por flexión

El esfuerzo por deflexión máximo (σ_m) en el cable es:

$$\sigma_m = \frac{M \cdot r_i}{I} = \frac{3 \cdot I \cdot E \cdot r_i \cdot (1 - \cos\phi)}{\lambda^2} \cdot \left(\frac{r_i}{I}\right) = \frac{3 \cdot E \cdot r_i^2 \cdot (1 - \cos\phi)}{\lambda^2}$$

Ecuación 30. Esfuerzo máximo por deflexión

El arco de curvatura (λ) tomado por la deflexión del eje, como se indica en la Figura 28.

$$\lambda = \rho \cdot \phi$$

Ecuación 31. Arco de curvatura

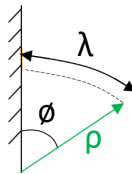


Figura 28. Arco de la curvatura por la deflexión del eje

(Amezcuca, 2021)

Sustituyendo el arco de la curvatura (Ecuación 31) en la ecuación del esfuerzo (Ecuación 30):

$$\sigma_m = \frac{3 \cdot E \cdot r_i^2 \cdot (1 - \cos\phi)}{\rho^2 \cdot \phi^2}$$

Ecuación 32. Esfuerzo por momento de flexión

El esfuerzo máximo resultado en el cable se obtiene al sumar el esfuerzo inducido por la tensión y el esfuerzo por flexión por la rotación del empalme al someterlo a la carga de tensión. El máximo esfuerzo que soporta el cable al someterlo a tensión es igual a la resistencia mínima a la tensión que presenta el material con que se fabrica el cable.

$$\sigma_T = \frac{F}{A} + \frac{3 \cdot E \cdot r_i^2 \cdot (1 - \cos\phi)}{\rho^2 \cdot \phi^2} = S_{ut}$$

Donde S_{ut} es la resistencia mínima a la tensión

Ecuación 33. Esfuerzo total en el cable

La fuerza máxima (F) que soporta el cable es:

$$F = \left[S_{ut} - \frac{3 \cdot E \cdot r_i^2 \cdot (1 - \cos\phi)}{\rho^2 \cdot \phi^2} \right] \cdot A$$

Donde A es el área transversal del cable sujeto por las mordazas

Ecuación 34. Fuerza máxima que resiste el empalme

3.4. OBTENCIÓN DE RELACIÓN POR REGRESIÓN

Este método utiliza siete resultados de las pruebas de tracción experimentales mostrados en la Tabla 5 para generar un polinomio de quinto orden que permite estimar la fuerza de tracción que resiste el empalme.

Tabla 5. Resultados experimentales utilizados para la relación por regresión

Área transversal de los cables que componen el empalme (mm ²)								Fuerza Experimental. (N)
CMS	CMI	C3	C4	C5	C6	C7	C8	
0.35	0.35	0.35	0.35	0.5	0.5	0.75		83
0.5	0.5	0.35						88
0.75	0.75	0.75						132
1.00	2.50	0.35	0.50	0.50	0.50	0.50		202
1.50	1.50	0.5						257
2.50	4							275
3	8	0.5	1.5					320

Elaboración propia

Se considera que el empalme se rompe en el cable con menor área transversal (A_{min}) sujeto a las mordazas de la máquina universal, resaltado en color amarillo en la Tabla 5. La Figura 29 muestra la relación no lineal entre el área transversal menor del cable y la fuerza de tracción obtenida experimentalmente.

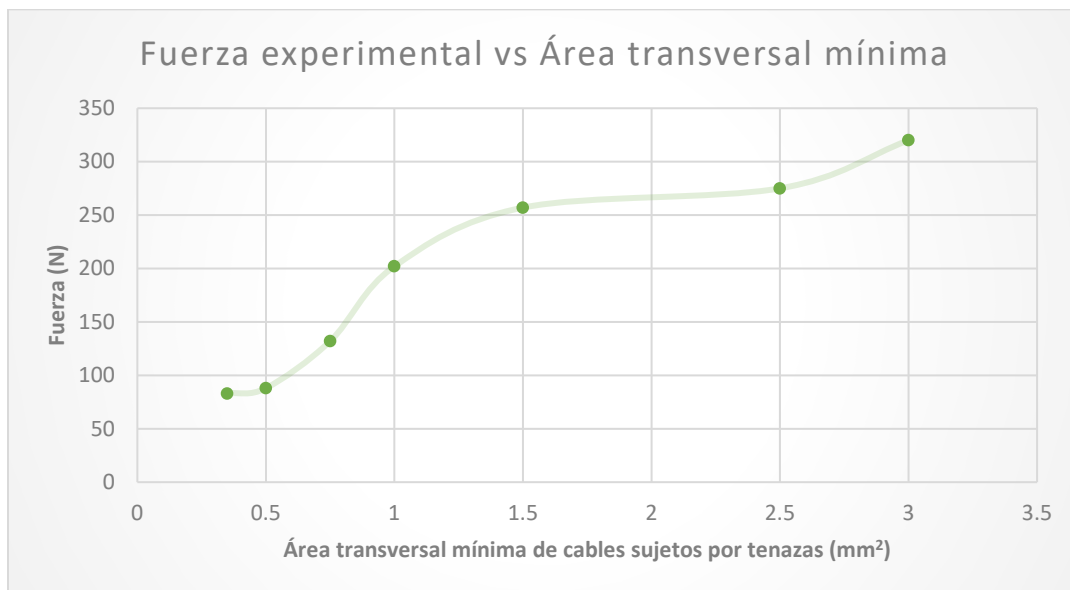


Figura 29. Gráfica Fuerza vs Área transversal mínima

Elaboración propia

El vector (x) incluye el área transversal mínima de los cables sujetos a las mordazas de la máquina universal. El vector (y) se compone de la fuerza de tensión máxima que soporta el empalme, obtenida en las pruebas experimentales, como se aprecia en la Figura 30.

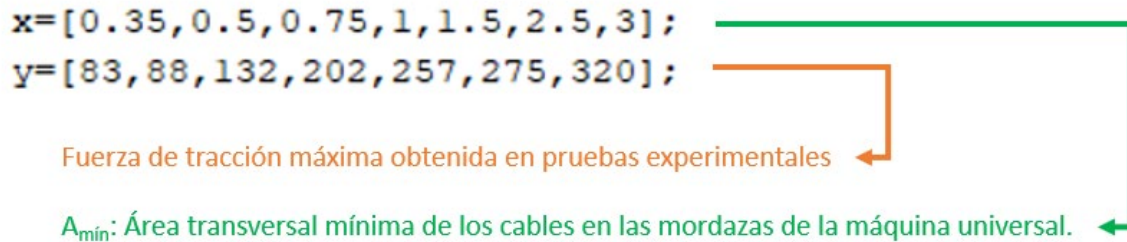
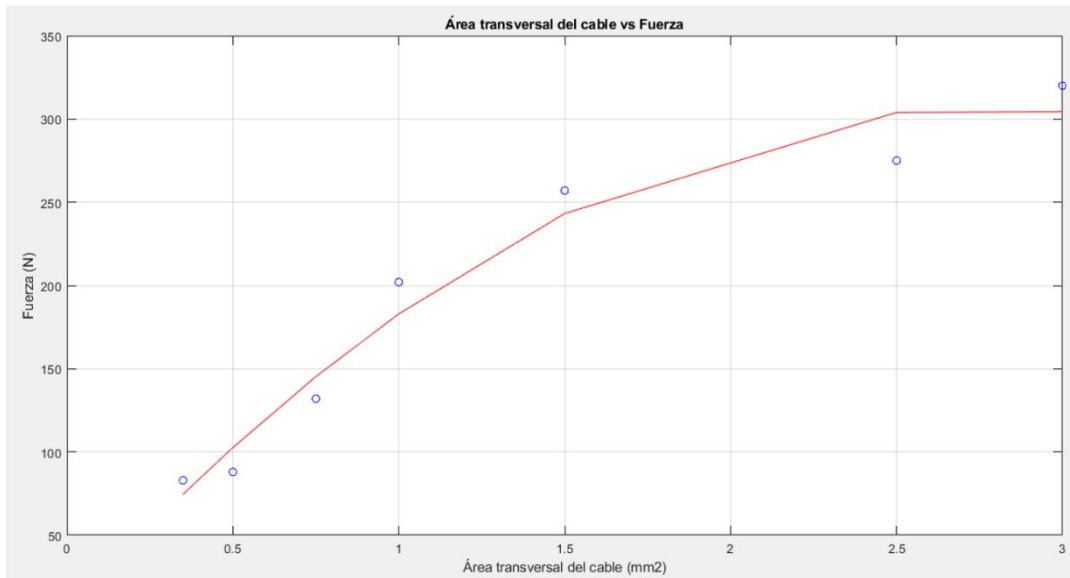


Figura 30. Vectores de entrada utilizados para realizar la regresión

Elaboración propia

Se utilizó el comando “polyfit” de MATLAB para obtener los coeficientes del polinomio que describe la fuerza de tensión (F) que resiste el empalme, cuando se conoce el área transversal menor (A_{\min}) de los cables sujetos a las mordazas. (Mathworks, 2021).

Se inició con un polinomio de segundo orden, mostrado en la Figura 31. La línea roja describe la curva representada por este polinomio y los puntos azules los resultados experimentales.



$$F = 2.3754 + (220.4906 \cdot A_{min}) - (39.9454 \cdot A_{min}^2)$$

Figura 31. Curva de polinomio de segundo orden

Elaboración propia

En la Figura 32 se puede apreciar que el residual mayor es de 29 N para el cable con área transversal de 2.5 mm², que en este caso es el que tiene el área transversal mínima de los cables sujetos a las mordazas de la máquina universal.

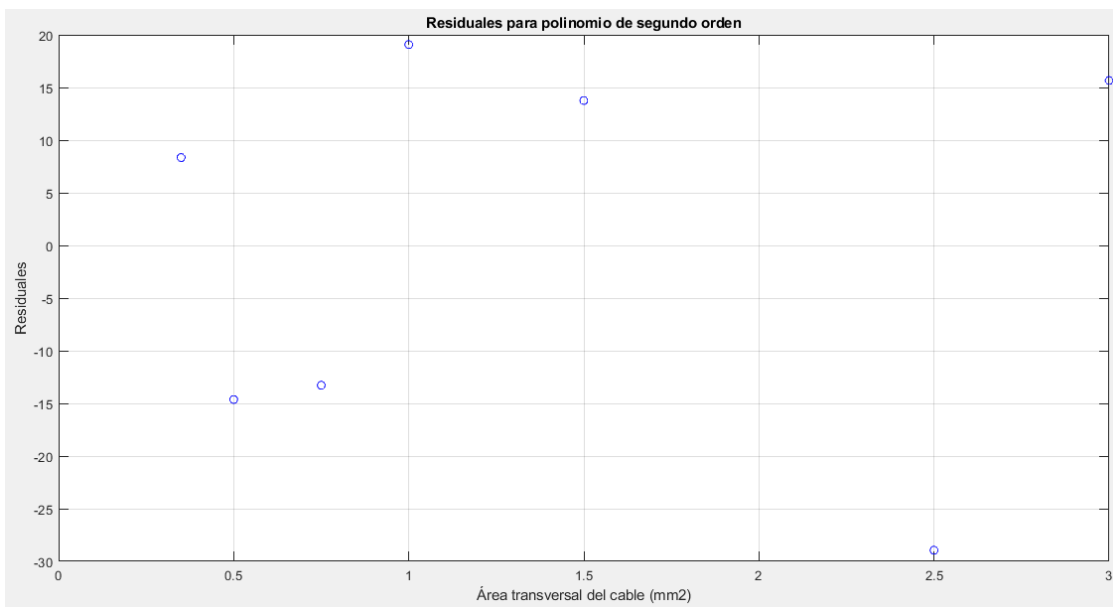
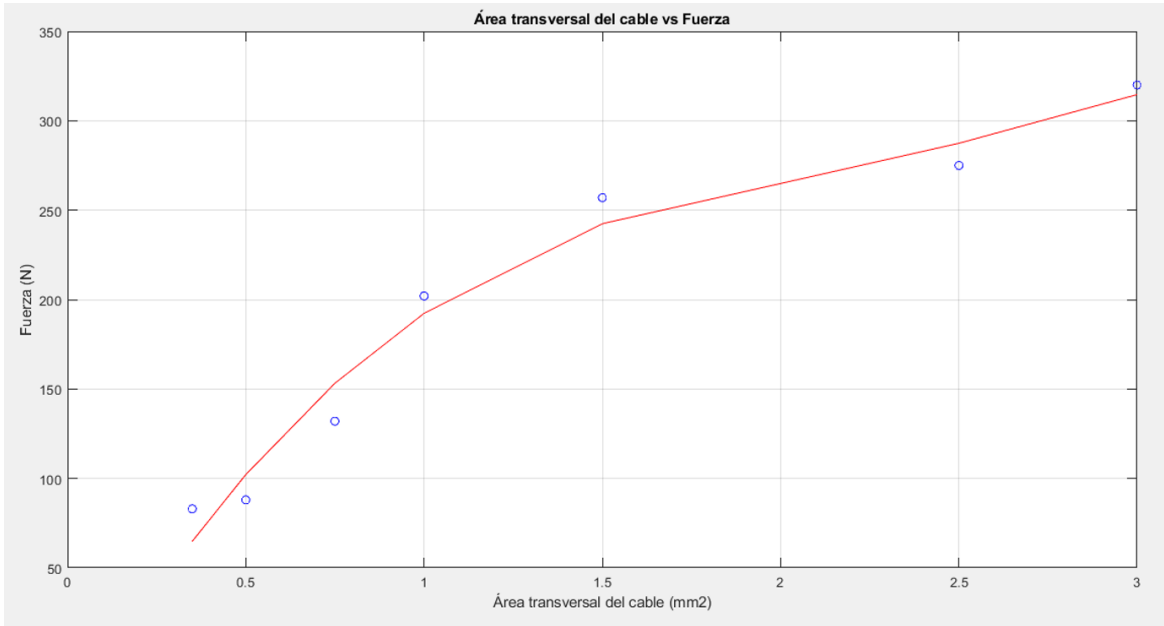


Figura 32. Residuales para el polinomio de segundo orden

Elaboración propia

Posteriormente se obtuvo un polinomio de tercer orden, mostrado en la Figura 33. La línea roja describe la curva representada por este polinomio y los puntos azules los resultados experimentales.



$$F = -44.2539 + (359.8126 \cdot A_{min}) - (144.8584 \cdot A_{min}^2) + (21.5992 \cdot A_{min}^3)$$

Figura 33. Curva de polinomio de tercer orden

Elaboración propia

En la Figura 34 se puede apreciar que el residual mayor es de 21 N para el cable con área transversal de 0.75 mm², que en este caso es el que tiene el área transversal mínima de los cables sujetos a las mordazas de la máquina universal.

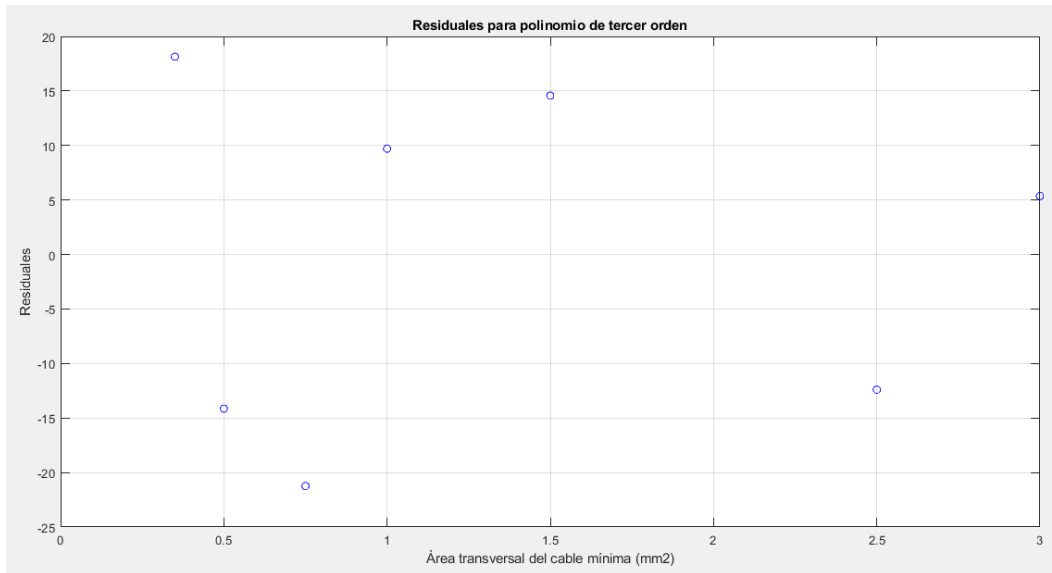
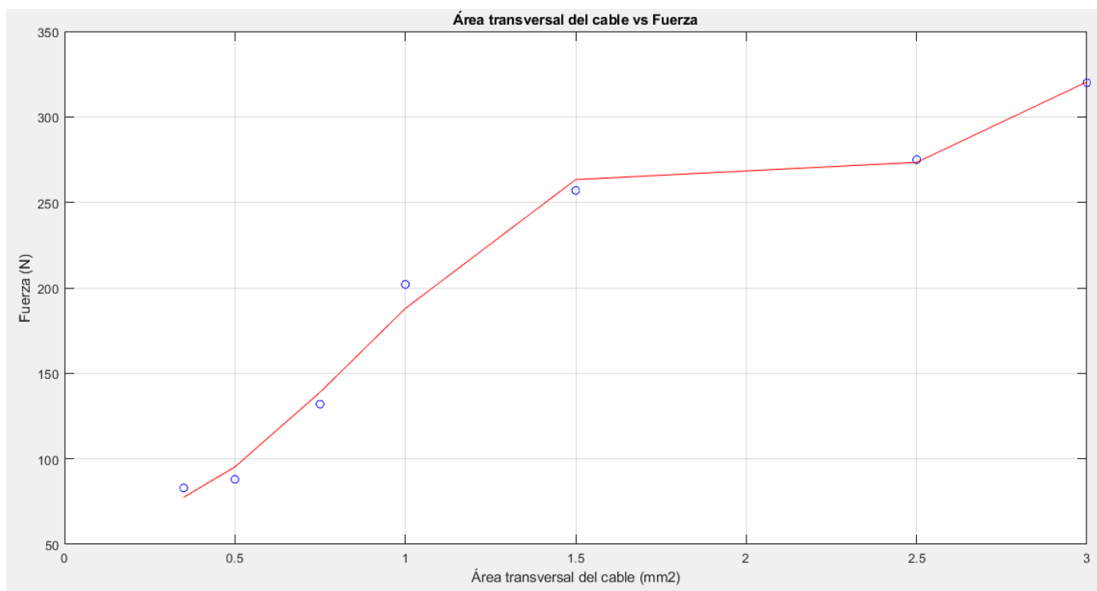


Figura 34. Residuales para polinomio de tercer orden

Elaboración propia

La siguiente iteración fue un polinomio de cuarto orden mostrado en la Figura 35. La línea roja describe la curva representada por este polinomio y los puntos azules los resultados experimentales.



$$F = 85.9515 - (163.113 \cdot A_{min}) + (482.9175 \cdot A_{min}^2) - (259.6157 \cdot A_{min}^3) + (41.818 \cdot A_{min}^4)$$

Figura 35. Curva de polinomio de cuarto orden

Elaboración propia

En la Figura 36 se puede apreciar que el residual mayor es de 14 N para el cable con área transversal de 1 mm², que en este caso es el que tiene el área transversal mínima de los cables sujetos a las mordazas de la máquina universal.

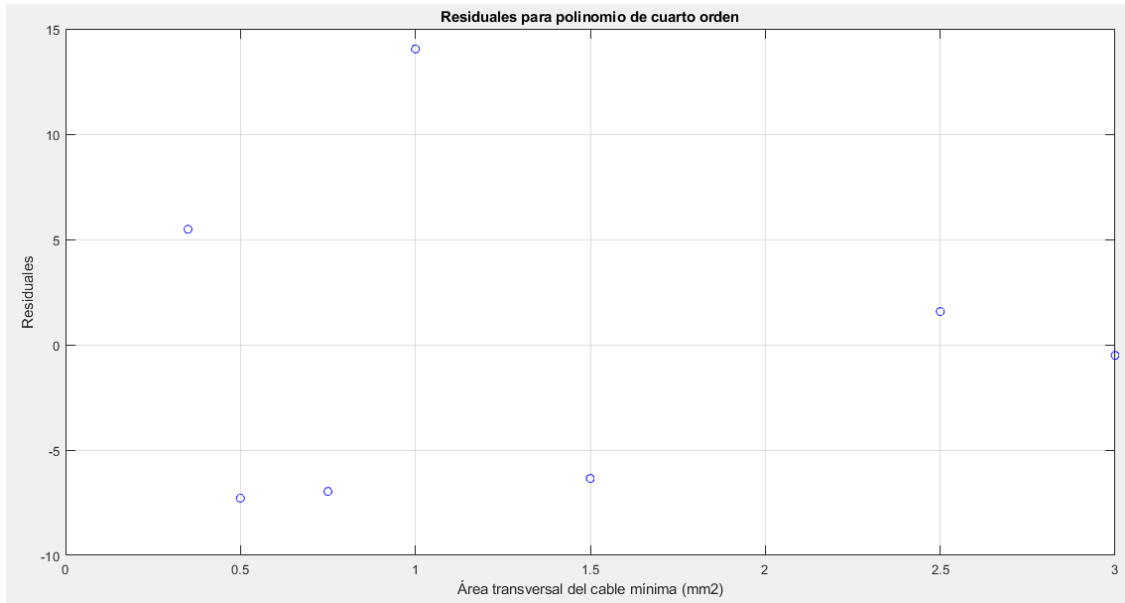


Figura 36. Residuales para polinomio de cuarto orden

Elaboración propia

La Figura 37 muestra los coeficientes obtenidos para un polinomio de orden 5.

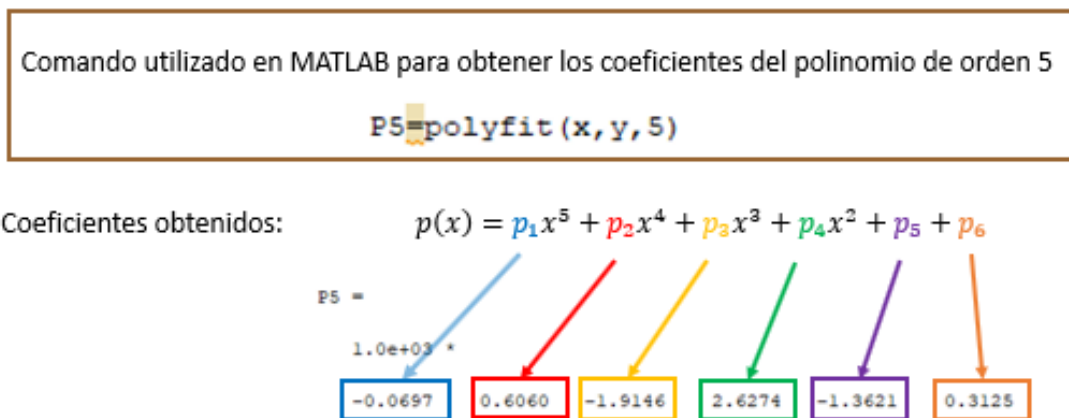


Figura 37. Comando "polyfit" y coeficientes obtenidos

Elaboración propia

El polinomio obtenido se muestra a continuación:

$$F = 312.5 - (1362.1 \cdot A_{min}) + (2627.4 \cdot A_{min}^2) - (1914.6 \cdot A_{min}^3) + (606 \cdot A_{min}^4) - (69.7 \cdot A_{min}^5)$$

Ecuación 35. Fuerza máxima que resiste el empalme por método de regresión

La Figura 38 muestra la curva de este polinomio con una línea roja y los puntos azules los resultados experimentales.

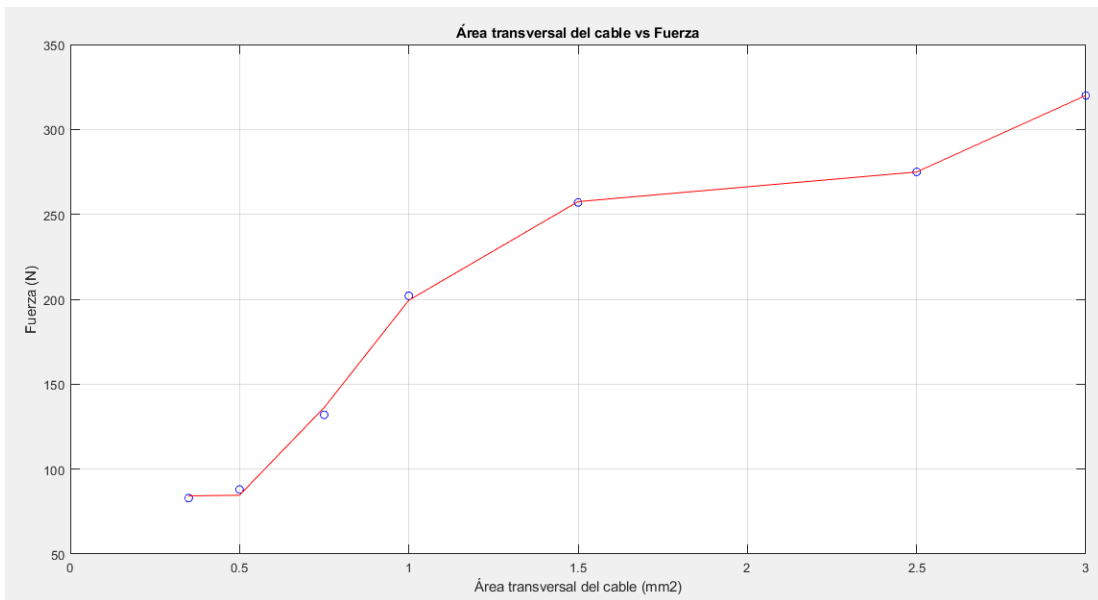


Figura 38. Curva de polinomio de quinto orden

Elaboración propia

En la Figura 39 se puede apreciar que el residual mayor es de 4 N para el cable con área transversal de 0.75 mm², que en este caso es el que tiene el área transversal mínima de los cables sujetos a las mordazas de la máquina universal.

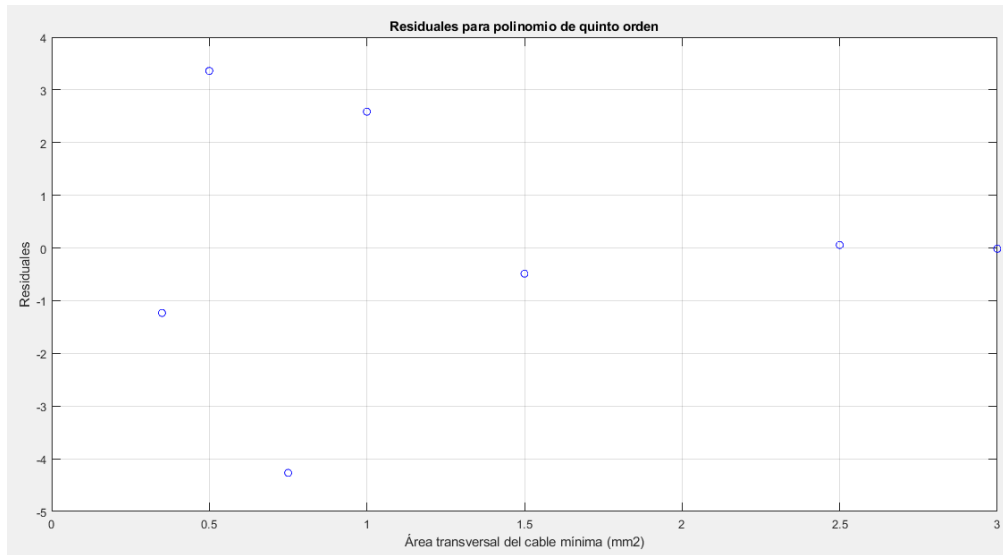


Figura 39. Residuales para polinomio de quinto orden

Elaboración propia

El coeficiente de correlación (r^2) para el polinomio de quinto orden es 0.998, como se aproxima a 1, se puede determinar que hay una relación lineal fuerte entre el área transversal del cable mínima sujeta a las mordazas y la fuerza de tracción que resiste el empalme ultrasónico.

4. RESULTADOS

La Tabla 6 muestra la fuerza de tracción estimada y el porcentaje de error obtenido por las relaciones analítica y por regresión para 46 pruebas de tensión que integran la muestra seleccionada.

Tabla 6. Resultados de pruebas de tracción experimentales y fuerzas estimadas

Área transversal de los cables que componen el empalme (mm ²)								Fuerza Exp. (N)	Fuerza Rel. (N)	Error Rel. (%)	Fuerza Reg. (N)	Error Reg. (%)
CMS	CMI	C3	C4	C5	C6	C7	C8					
0.75	1.00							132	163	24	136	3
2.50	4.00							275	441	60	278	1
0.35	0.35	0.75						85	79	7	84	1
0.35	0.75	0.35						85	79	7	84	1
0.35	0.50	0.50						86	79	8	84	2
0.50	1.50	1.50						113	111	2	85	25
1.50	1.50	1.50						307	317	3	258	16
2.50	2.50	2.50						525	479	9	278	47
8.00	2.50	2.50						548	321	41	278	49
0.75	8.00	1.00						93.5	149	60	136	46
0.35	0.35	0.35						66	79	20	84	28
2.00	2.00	2.00						335	402	20	247	26
0.50	0.50	0.50						90	112	24	85	6
1.50	1.50	0.50						257	317	24	258	0
0.50	0.50	0.35						88	112	27	85	4
0.35	0.50	0.35						55	79	44	84	53
3.00	3.00	3.00						319	541	70	328	3
0.75	0.75	0.75						132	164	24	136	3
0.35	0.35	0.35	0.35					75	79	6	84	12
0.75	0.75	0.75	0.75					170	164	4	136	20
0.75	0.50	1.00	8.00					120	112	7	85	29
1.00	0.50	0.75	8.00					209	111	47	85	59
0.50	0.75	0.35	0.35					94	112	19	85	10
0.50	0.50	0.50	0.50					94	112	19	85	10
0.35	0.50	0.35	0.50					55	79	44	84	53
3.00	8.00	0.50	1.50					320	316	1	328	2
0.50	8.00	3.00	1.50					94	105	12	85	10
0.35	0.35	0.35	0.50	0.50				76	79	5	84	11
0.35	0.35	0.35	0.35	0.35				79	79	0	84	7
0.35	0.50	0.35	0.75	0.50				87	79	9	84	3
0.75	0.50	0.50	0.35	0.35				116	112	4	85	27
0.75	0.75	0.75	0.75	0.75				170	164	4	136	20
8.00	0.50	3.00	0.50	1.50				93	105	13	85	9
8.00	3.00	0.50	0.50	1.50				320	316	1	328	2
0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35			68	79	17	84	24
0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75			170	164	4	136	20

Elaboración propia

Tabla 6. Resultados de pruebas de tracción experimentales y fuerzas estimadas (continuación)

Área transversal de los cables que componen el empalme (mm ²)								Fuerza Exp. (N)	Fuerza Rel. (N)	Error Rel. (%)	Fuerza Reg. (N)	Error Reg. (%)
CMS	CMI	C3	C4	C5	C6	C7	C8					
0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35		78	79	2	84	8
0.35	0.35	0.75	0.50	0.50	0.35	0.35		83	79	4	84	2
1.00	2.50	0.35	0.50	0.50	0.50	0.50		202	211	4	200	1
0.35	0.50	0.50	0.50	0.50	1.00	2.50		89	79	11	84	5
0.50	0.75	0.35	0.35	0.50	0.35	0.35		103	112	8	85	18
8.00	0.50	0.75	0.75	3.00	3.00	1.50		94	105	12	85	10
8.00	3.00	0.75	0.75	3.00	0.50	1.50		319	316	1	328	3
0.35	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	1.00	2.50	72	79	10	84	17
1.00	2.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.35	0.50	197	211	7	200	1
8.00	0.50	0.75	0.75	3.00	3.00	0.50	1.50	93	105	13	85	9
0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	69	79	15	84	22
8.00	3.00	0.75	0.75	3.00	0.50	0.50	1.50	320	316	1	328	2

Elaboración propia

En la columna verde de la Tabla 6 se muestra la fuerza de tracción obtenida experimentalmente, en las columnas amarillas se aprecia la fuerza de tracción estimada y el porcentaje de error de la relación analítica. En las columnas naranjas se presenta la fuerza de tracción estimada por regresión con su porcentaje de error.

4.1. FUERZA ESTIMADA POR RELACIÓN ANALÍTICA

La Tabla 7 muestra 25 resultados en donde la fuerza estimada por la relación analítica tiene un error menor o igual al 10 % de la fuerza obtenida experimentalmente. En la columna verde se muestran los resultados experimentales y en las columnas amarillas la fuerza estimada por la relación analítica y su error en porcentaje. (Amezcuca, 2021)

Tabla 7. Fuerza estimada por relación analítica con error menor o igual a 10 %

Área transversal de los cables que componen el empalme (mm ²)								Fuerza Experimental (N)	Fuerza Relación Analítica (N)	Error Relación Analítica (%)
CMS	CMI	C3	C4	C5	C6	C7	C8			
0.35	0.35	0.75						85	79	7
0.35	0.75	0.35						85	79	7
0.35	0.50	0.50						86	79	8
0.50	1.50	1.50						113	111	2
1.50	1.50	1.50						307	317	3
2.50	2.50	2.50						525	479	9
0.35	0.35	0.35	0.35					75	79	6
0.75	0.75	0.75	0.75					170	164	4
0.75	0.5	1.00	8.00					120	112	7
3.00	8.00	0.50	1.50					320	316	1
0.35	0.35	0.35	0.50	0.50				76	79	5
0.35	0.35	0.35	0.35	0.35				79	79	0
0.35	0.50	0.35	0.75	0.50				87	79	9
0.75	0.50	0.50	0.35	0.35				116	112	4
0.75	0.75	0.75	0.75	0.75				170	164	4
8.00	3.00	0.50	0.50	1.50				320	316	1
0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75			170	164	4
0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35		78	79	2
0.35	0.35	0.75	0.50	0.50	0.35	0.35		83	79	4
0.50	0.75	0.35	0.35	0.50	0.35	0.35		103	112	8
1.00	2.50	0.35	0.50	0.50	0.50	0.50		202	211	4
8.00	3.00	0.75	0.75	3.00	0.50	1.50		319	316	1
0.35	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	1.00	2.50	72	79	10
1.00	2.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.35	0.50	197	211	7
8.00	3.00	0.75	0.75	3.00	0.50	0.50	1.50	320	316	1

Elaboración propia

La Figura 40 muestra en verde que el 52 % de las estimaciones de fuerza de tensión realizadas con la relación analítica tienen un porcentaje de error menor o igual al 10 %.

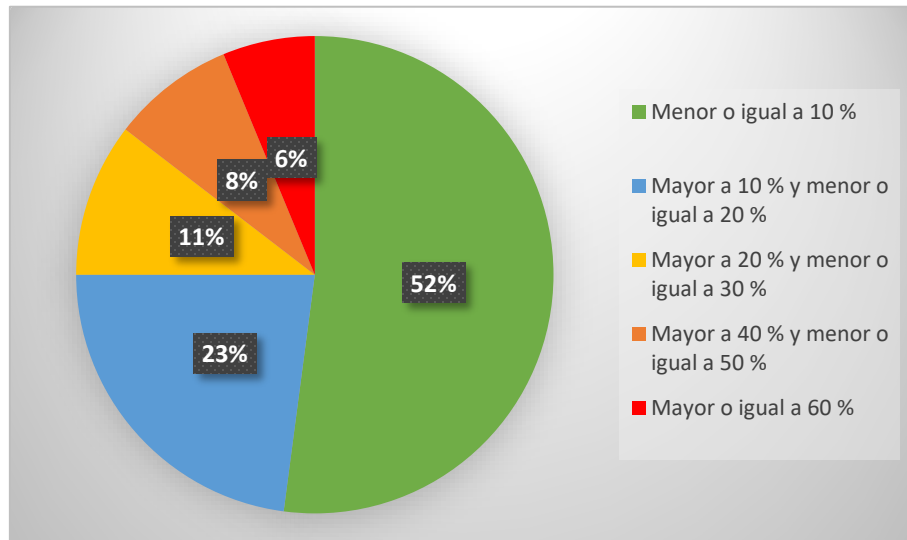


Figura 40. Porcentaje de error para estimación de fuerza por relación analítica

Elaboración propia

La Figura 41 muestra el área transversal menor de los cables sujetos a las mordazas de la máquina universal, para los 25 resultados que tienen un porcentaje de error menor o igual al 10 %, donde se aprecia que en 10 estimaciones, el cable tiene un área transversal de 0.35 mm², 4 tienen un área transversal del 0.5 mm², al igual que otras cuatro tienen un área transversal de 3 mm².

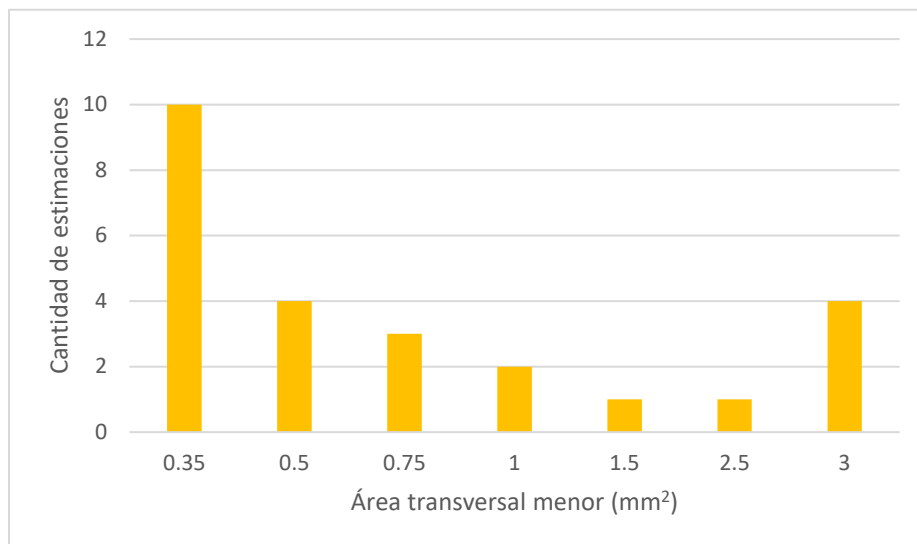


Figura 41. Área transversal menor de cables para resultados de relación analítica con porcentaje de error menor o igual al 10%

Elaboración propia

Usando el teorema central del límite para identificar a que valor tienden los errores obtenidos por la relación analítica, se obtiene que el promedio de los errores es de 16 %, donde el 95 % de los errores esta entre 11 % y 21 %.

La Figura 42 muestra el histograma obtenido con el programa Minitab con la frecuencia de los errores, donde se puede apreciar una distribución asimétrica hacia la derecha, la curva normal se muestra con la línea roja. El "P-value" es menor a 0.05, por lo que se considera que los valores no son normales.

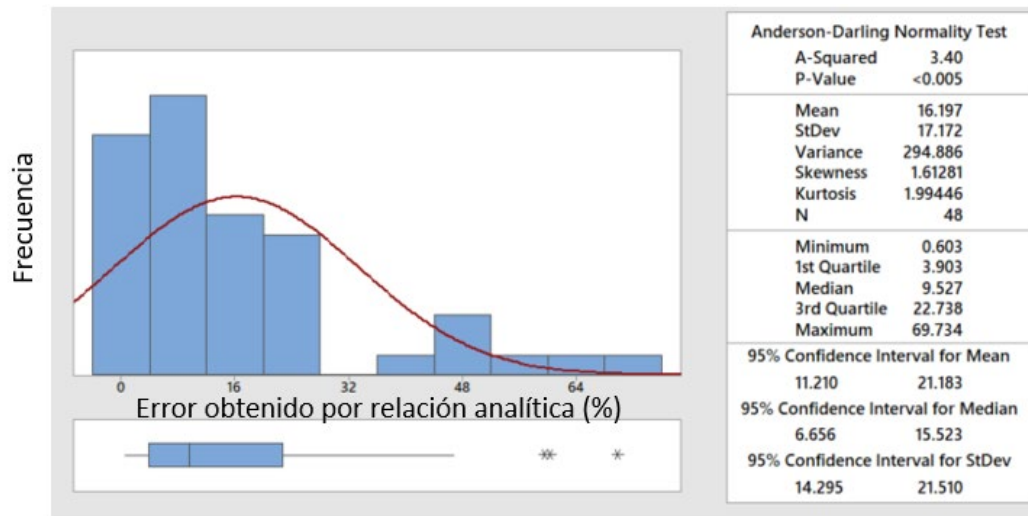


Figura 42. Resumen estadístico para el error obtenido por la relación analítica

Elaboración propia

El valor Anderson Darling también indica que los datos no son normales, ya que 3.4 no se aproxima a cero. La Figura 43 despliega con una línea roja una distribución normal teórica y con puntos azules los datos obtenidos.

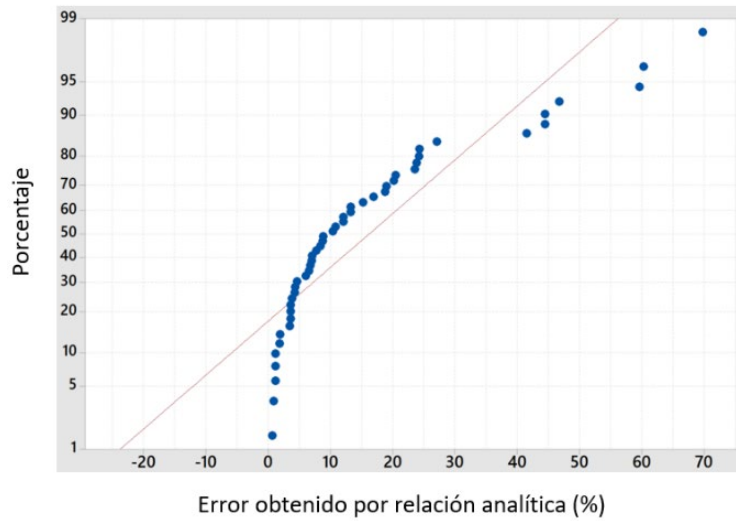


Figura 43. Gráfica de probabilidad del error obtenido por la relación analítica

Elaboración propia

4.2. FUERZA ESTIMADA POR REGRESIÓN

La Tabla 8 muestra 27 resultados en donde la fuerza estimada por regresión tiene un error menor o igual al 10 % de la fuerza obtenida experimentalmente. En la columna verde se muestran los resultados experimentales y en las columnas naranjas la fuerza estimada por regresión y su error en porcentaje. (Amezcuca, 2021)

Tabla 8. Fuerza estimada por regresión con error menor o igual a 10%

Área transversal de los cables que componen el empalme (mm ²)								Fuerza Experimental (N)	Fuerza Regresión (N)	Error Regresión (%)
CMS	CMI	C3	C4	C5	C6	C7	C8			
0.75	1.00							132	136	3
2.50	4.00							275	278	1
0.35	0.35	0.75						85	84	1
0.35	0.75	0.35						85	84	1
0.35	0.50	0.50						86	84	2
0.50	0.50	0.50						90	85	6
0.50	0.50	0.35						88	84	4
3.00	3.00	3.00						319	328	3
0.75	0.75	0.75						132	136	3
1.50	1.50	0.50						257	258	0
0.50	0.75	0.35	0.35					94	84	10
0.50	0.50	0.50	0.50					94	85	10
0.50	8.00	3.00	1.50					94	85	10
3.00	8.00	0.50	1.50					320	328	2
0.35	0.35	0.35	0.35	0.35				79	84	7
8.00	0.50	3.00	0.50	1.50				93	85	9
0.35	0.50	0.35	0.75	0.50				87	84	3
8.00	3.00	0.50	0.50	1.50				320	328	2
0.35	0.50	0.50	0.50	0.50	1.00	2.50		89	84	5
0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35		78	84	8
0.35	0.35	0.75	0.50	0.50	0.35	0.35		83	84	2
8.00	0.50	0.75	0.75	3.00	3.00	1.50		94	85	10
1.00	2.50	0.35	0.50	0.50	0.50	0.50		202	200	1
8.00	3.00	0.75	0.75	3.00	0.50	1.50		319	328	3
8.00	0.50	0.75	0.75	3.00	3.00	0.50	1.50	93	85	9
1.00	2.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.35	0.50	197	200	1
8.00	3.00	0.75	0.75	3.00	0.50	0.50	1.50	320	328	2

Elaboración propia

En la Figura 44 se presenta muestra en verde que el 56 % de las estimaciones de fuerza de tensión realizadas con la relación analítica tienen un porcentaje de error menor o igual al 10 %.

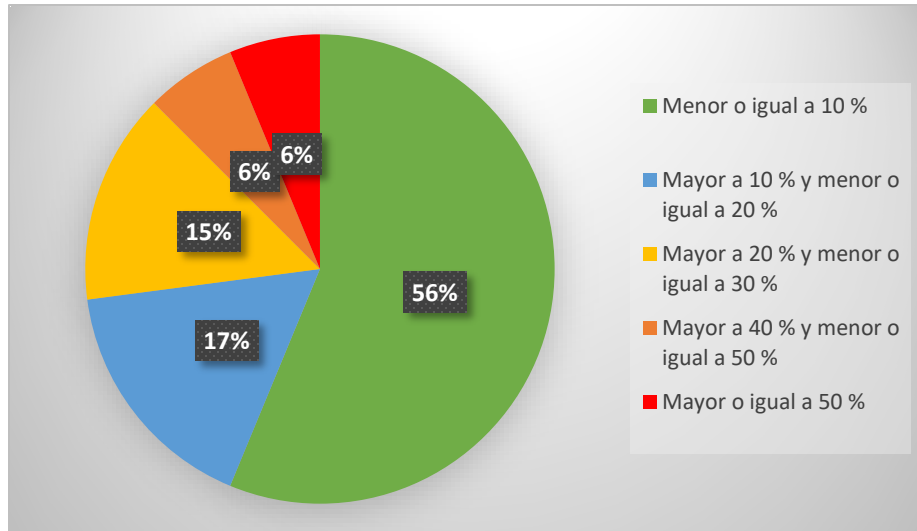


Figura 44. Porcentaje de error para estimación de fuerza por regresión

Elaboración propia

La Figura 45 muestra el área transversal menor de los cables sujetos a las mordazas de la máquina universal, para los 27 resultados que tienen un porcentaje de error menor o igual al 10 %, donde se aprecia en ocho estimaciones, el cable tiene un área transversal de 0.35 mm², otras ocho tienen un área transversal del 0.5 mm², al igual que otras cinco tienen un área transversal de 3 mm².

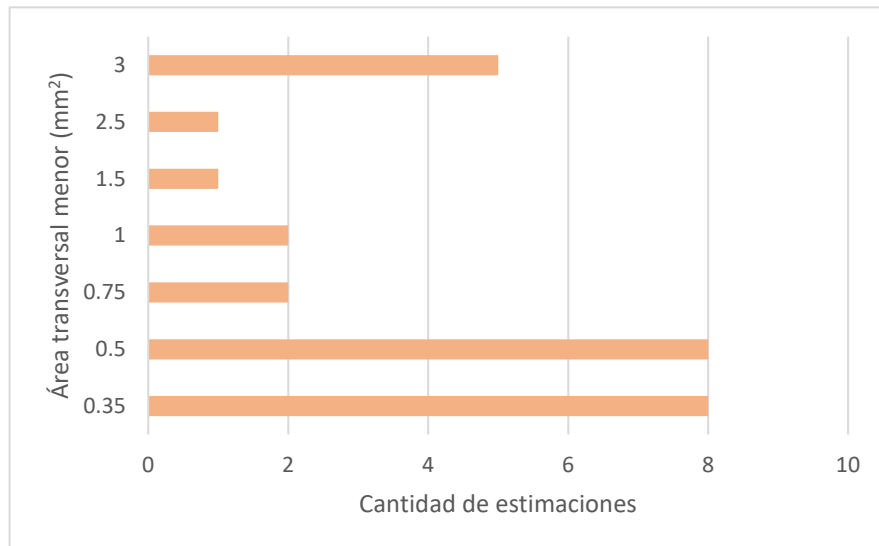


Figura 45. Área transversal menor de cables para resultados de regresión con porcentaje de error menor o igual al 10%

Elaboración propia

Usando el teorema central del límite para identificar a que valor tienden los errores obtenidos por regresión, se obtiene que el promedio de los errores es de 15 %, donde el 95 % de los errores esta entre 11 % y 20 %.

La Figura 46 muestra el histograma obtenido con el programa Minitab con la frecuencia de los errores, donde se puede apreciar una distribución asimétrica hacia la derecha, la curva normal se muestra con la línea roja. El "P-value" es menor a 0.05, por lo que se considera que los valores no son normales.

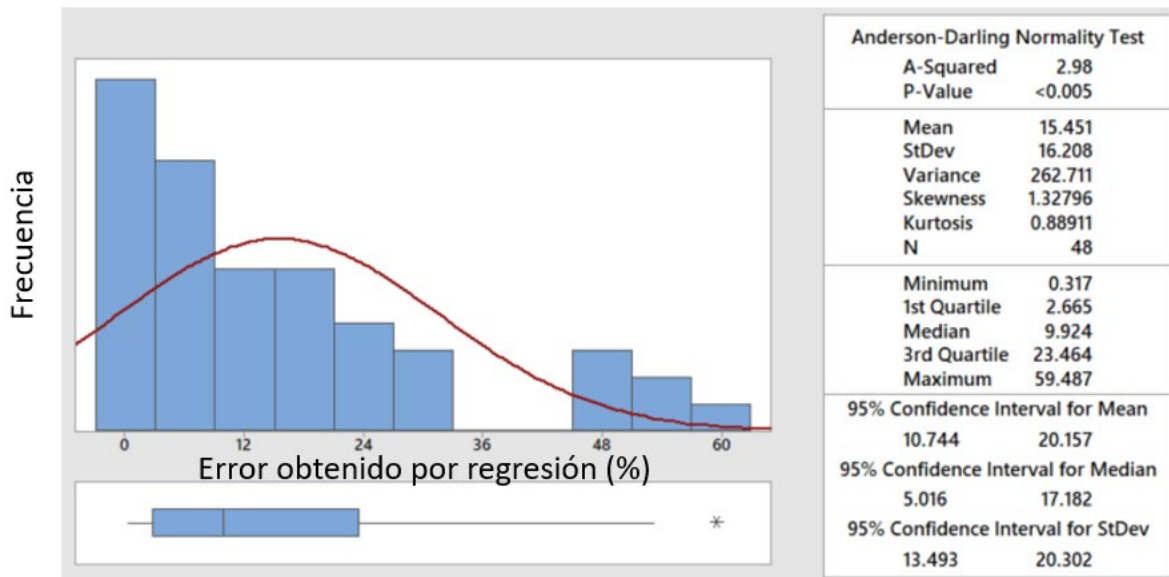


Figura 46. Resumen estadístico para el error obtenido por regresión

Elaboración propia

El valor Anderson Darling también indica que los datos no son normales, ya que 2.98 no se aproxima a cero. La Figura 47 despliega con una línea roja una distribución normal teórica y con puntos azules los datos obtenidos.

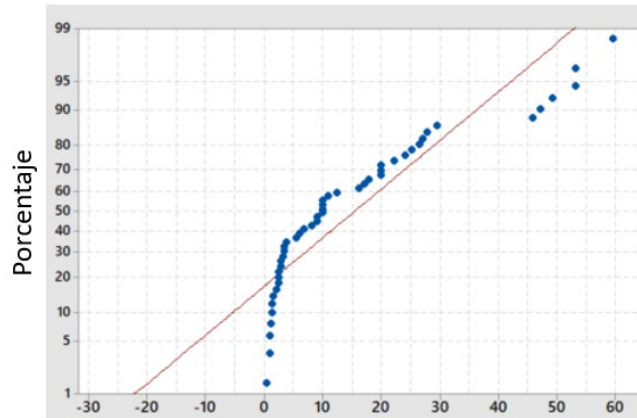


Figura 47. Gráfica de dispersión de los datos obtenidos por regresión

Elaboración propia

CONCLUSIONES

El esfuerzo por momento de flexión reduce cerca de un 50 % la resistencia a la tensión de los cables sujetos a las mordazas de la máquina universal.

La relación analítica (Ecuación 34) estima la fuerza de tensión de 25 empalmes con un error menor o igual al 10 % de la fuerza obtenida experimentalmente. (Amezcuca, 2021)

La relación por regresión (Ecuación 35) estima la fuerza de tracción de 27 empalmes con un error menor o igual al 10% de la fuerza obtenida por pruebas experimentales. (Amezcuca, 2021)

Es posible usar las relaciones obtenidas para estimar la fuerza de tracción que resistirá el empalme ultrasónico durante las pruebas de validación, para cables sujetos a las mordazas de la máquina universal, con área transversal de 0.35 mm², 0.5 mm² y 3 mm².

RECOMENDACIONES

Continuar recabando información de pruebas experimentales para validar la relación obtenida con empalmes conformados por cables de diferente área transversal a los incluidos en este estudio.

Recabar más resultados de pruebas experimentales de los empalmes con la configuración de cables del mismo lado, para determinar una relación analítica que permita predecir la fuerza de tracción que resistirán.

Incluir las relaciones obtenidas en una macro de Excel para facilitar la estimación de la fuerza de tracción desde etapas tempranas del diseño del arnés. (Amezcuca, 2021)

Incrementar el número de pruebas experimentales para que los errores obtenidos se aproximen a una distribución normal.

APORTACIÓN DE LA TESIS

Proporciona una relación analítica y una por regresión que permiten estimar la fuerza de tensión de 27 empalmes ultrasónicos con un error menor o igual al 10 % con relación de la fuerza obtenida experimentalmente. Permite contar con un punto de verificación adicional al momento de seleccionar el área transversal de los cables que integran el empalme, desde etapas tempranas del diseño del arnés.

APORTACIÓN SOCIAL DE LA TESIS

Contribuye a reducir fallas en los vehículos a causa de un empalme fracturado, como pueden ser los faros delanteros inoperantes, el desempañante de vidrio trasero inactivo, las luces de frenado encendidas sin pedal presionado, el radio inactivo, la iluminación del tablero inoperante. Reduciendo el riesgo a sus ocupantes como resultado de que los sistemas de seguridad de los vehículos no operen adecuadamente.

REFERENCIAS

- Amezcuca, J. (2021). Memorias del Congreso Internacional de Investigación Academia Journals Fresnillo 2021. *Academia Journals*, ISSN 1946-5351 Vol. 13(No. 1), 48-53. Obtenido de <https://www.academiajournals.com/pubfresnillo2021>
- Bowerman, B. (2015). *Experimental Design: Unified Concepts, Pratical Applications, and Computer Implementation*. New York: Business Expert Press.
- Budynas, R. y. (2008). *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley*. México: Mc Graw Hill.
- Chawla, K. (2016). *Fibrous Materials*. Cambridge Univesity Press.
- Davis, J. R. (2001). *ASM Specialty Handbook, Copper and Copper Alloys*. ASM International.
- Engineering Mathematics Group. (2018). *Mathematics Formulae for Engineers and Scientists*. Malaysia: Pernebit Universiti.
- Factory OEM Parts. (1 de Junio de 2021). Obtenido de <https://www.factoryoemparts.com/hummer-h2-08-09-floor-console-wiring-harness-25828438>
- Gallopoulos, E. (2016). *Parallelism in Matrix Computations*. Springer, dordrecht.
- Gupta, A. (2014). *Numerical Methods using MATLAB*. Berkeley: Apress.
- Kutz, M. (2009). *Eshbach's Handbook of Engineering Fundamentals*. John Wiley & Sons, Inc.
- Lemine, M. y. (2014). *Modeling of the impact of ultrasonic welding of harness on the terminals integrity*. Society of Automotive Engineers.
- Mathworks. (2021). *Polynomial curve fitting*. Obtenido de <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/polyfit.html>
- Ramu, G. (2017). *Certified Six Sigma Yellow Belt Handbook*. American Society for Quality.
- Telsonic. (6 de Mayo de 2021). *The powerhouse of ultrasonics*. Obtenido de Wire Splicing and Terminal Welding: <https://www.telsonic.com/en/metal-welding/wire-splicing-termination/>
- The International Organization for Standardization. (2011). *ISO 6722-1:2011 Part 1: Dimensions, test methods and requirements for copper conductor cables*.
- United States Council for Automotive Research. (2016). *Performance specification for ultrasonically welded wire terminations*.

- Wright, R. (2016). *Wire Technology - Process Engineering and Metallurgy*. Elsevier.
- Zio, E. (2007). *Introduction to the Basics of Reliability and Risk Analysis*. World Scientific.